

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Matemáticas: Análisis y Enfoques

## Nivel Medio

### Prueba 2

11 de noviembre de 2025

Zona A mañana | Zona B mañana | Zona C mañana

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### Sección A

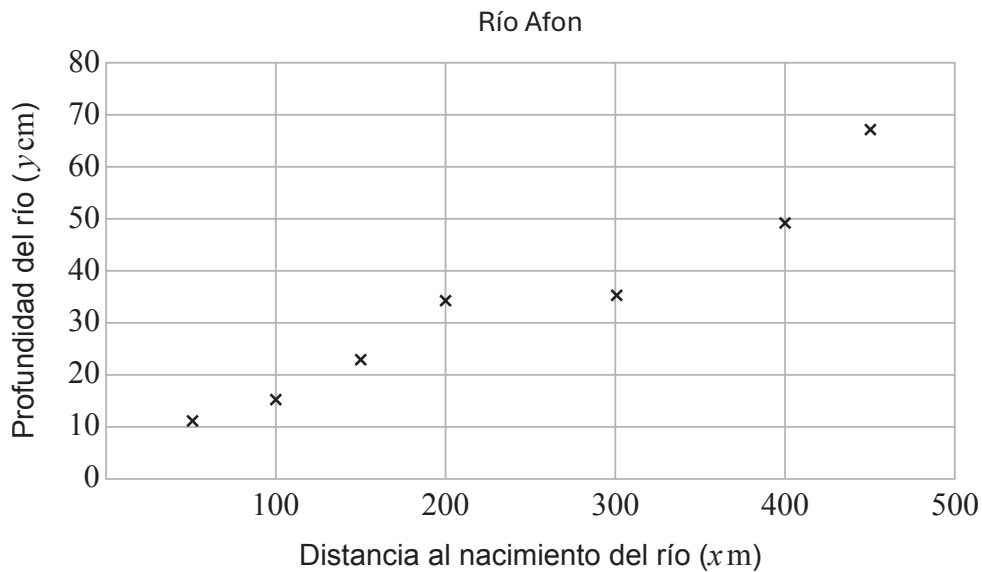
Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 7]

Kiran y Logan han recogido los siguientes datos sobre el río Afon, donde  $x$  es la distancia (en metros) al nacimiento del río e  $y$  es la profundidad (en centímetros).

<b>Distancia al nacimiento del río (<math>x</math> m)</b>	50	100	150	200	300	400	450
<b>Profundidad (<math>y</math> cm)</b>	11	15	23	34	35	49	67

Todos estos datos aparecen representados en el siguiente diagrama de dispersión.



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)





2. [Puntuación máxima: 5]

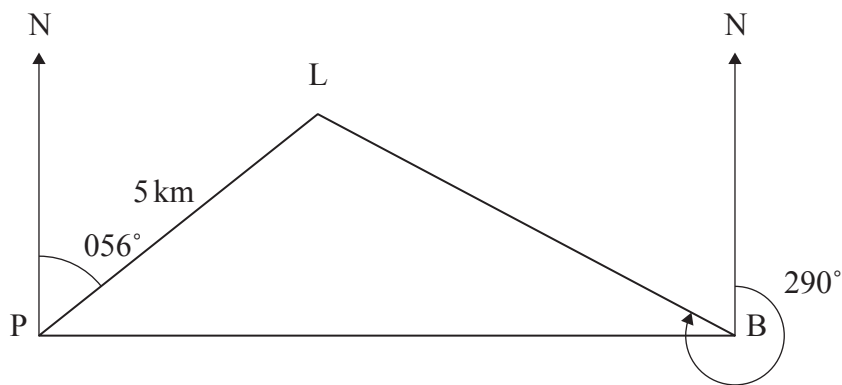
Un barco sale del puerto P y navega con una demora de  $090^\circ$  hasta que llega al punto B.

Un faro L está situado a 5 km de P con una demora de  $056^\circ$ .

La demora del faro desde B es  $290^\circ$ .

Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Halle el ángulo  $\widehat{LPB}$ . [1]
- (b) Halle LB (que es la distancia que hay entre el punto L y el punto B). [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



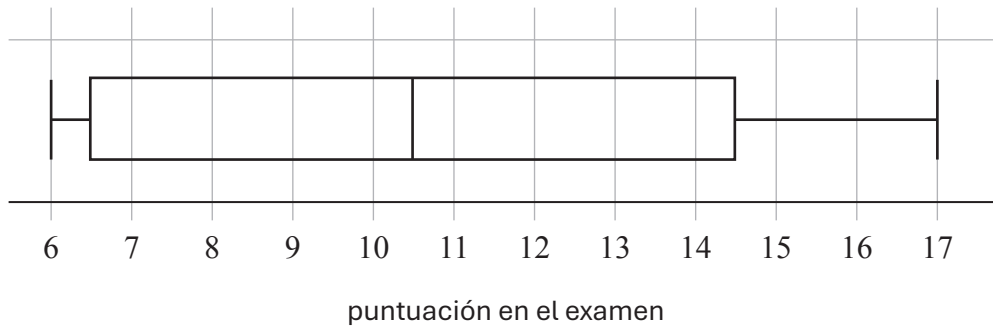


4. [Puntuación máxima: 6]

Una profesora pone un examen a su clase, compuesta por 30 alumnos.

Aiden y Brett faltaron a clase el día del examen.

En el siguiente diagrama de caja y bigotes se muestran los resultados de los 28 alumnos que hicieron el examen ese día.



Aiden y Brett hacen el examen cuando vuelven a clase.

Aiden obtiene una puntuación menor que 6 .

Brett obtiene una puntuación mayor que 17 .

(a) Explique brevemente por qué la mediana de las puntuaciones de los 30 alumnos seguirá siendo 10,5 .

[1]

La media de las puntuaciones de los 28 alumnos era 10,5 .

La media de las puntuaciones de los 30 alumnos es ahora 10,6 .

El rango de las puntuaciones, para todos esos 30 alumnos, es igual a 14 .

(b) Determine la puntuación de Aiden y la puntuación de Brett.

[5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.





No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

7. [Puntuación máxima: 12]

Andy y Jess tienen cada uno USD 5000 .

Andy invierte su dinero en un nuevo plan de ahorro que paga intereses al final de cada mes.

Andy recibirá, en concepto de intereses, una cantidad fija cada mes. La cantidad recibida será el 0,315 % de la inversión inicial.

- (a) (i) Determine los intereses que recibirá Andy al final de cada mes. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales.
- (ii) A partir de lo anterior, determine los intereses que recibirá Andy cada año.
- (iii) Escriba una expresión en la forma  $5000 + pn$ , donde  $p \in \mathbb{Z}^+$ , que represente la cantidad de dinero que tendrá Andy en su plan de ahorros al cabo de  $n$  años completos.
- (iv) A partir de lo anterior, muestre que, al cabo de 5 años completos, Andy tendrá en su plan de ahorros USD 5945 .

[4]

En este apartado, donde resulte pertinente, dé todas las respuestas redondeando al número entero de dólares más próximo.

Jess invierte sus USD 5000 en una cuenta nueva que paga un 3 % de interés, compuesto anualmente.

- (b) (i) Determine la cantidad de dinero que tendrá Jess en su cuenta al cabo de 5 años completos.
- (ii) A partir de lo anterior, halle los intereses que recibirá Jess en esos 5 años.
- (c) (i) Escriba una expresión en la forma  $5000 \times q^n$ , donde  $q \in \mathbb{R}^+$ , que represente la cantidad de dinero que tendrá Jess en su cuenta al cabo de  $n$  años completos.
- (ii) A partir de lo anterior, determine el menor número de años completos que han de transcurrir para que Jess tenga en su cuenta más dinero del que Andy tiene en su plan de ahorros.

[3]

[5]



No escriba soluciones en esta página.

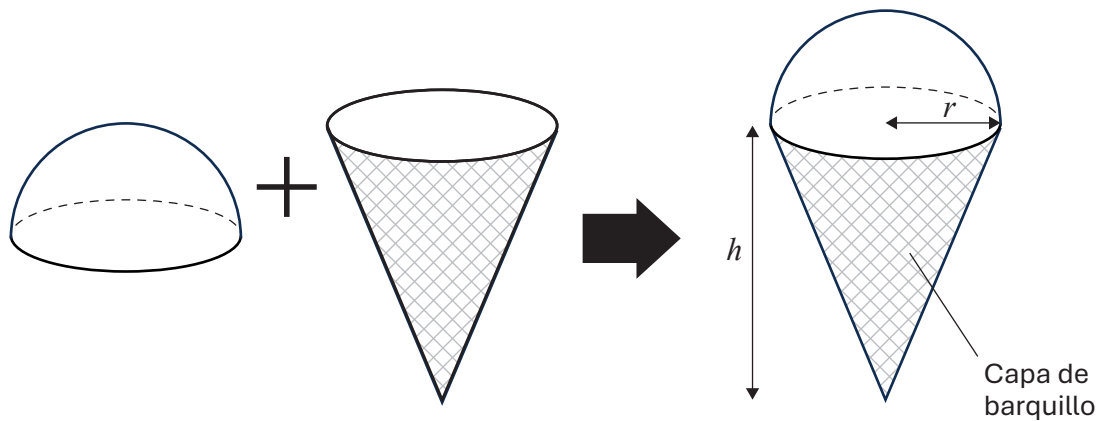
8. [Puntuación máxima: 15]

Un fabricante crea un modelo de helado que consta de dos partes.

La parte superior es una semiesfera de helado de  $r$  cm de radio.

La parte inferior es un cono de helado, de  $r$  cm de radio y  $h$  cm de altura, que está recubierto por una capa de barquillo.

Toda esta información se representa en la siguiente figura.



(a) Considere el caso  $r = 3$  y  $h = 8$ .

(i) Muestre que el volumen total ( $V$ ) de helado es igual a  $132 \text{ cm}^3$ , redondeando a 3 cifras significativas.

(ii) Determine el área de la superficie curva ( $S$ ) de la capa de barquillo. [7]

El fabricante cambia las dimensiones del modelo para asegurarse de que el volumen total ( $V$ ) de helado sea igual a  $120 \text{ cm}^3$ .

(b) Muestre que  $h = \frac{360 - 2\pi r^3}{\pi r^2}$ . [3]

(c) A partir de lo anterior, muestre que el área de la superficie curva de la capa de barquillo viene dada por  $S = \pi r \sqrt{r^2 + \left(\frac{360 - 2\pi r^3}{\pi r^2}\right)^2}$ . [2]

El fabricante quiere utilizar el mínimo valor posible de  $S$ .

(d) Determine el valor mínimo de  $S$  y el correspondiente valor de  $r$ . [3]

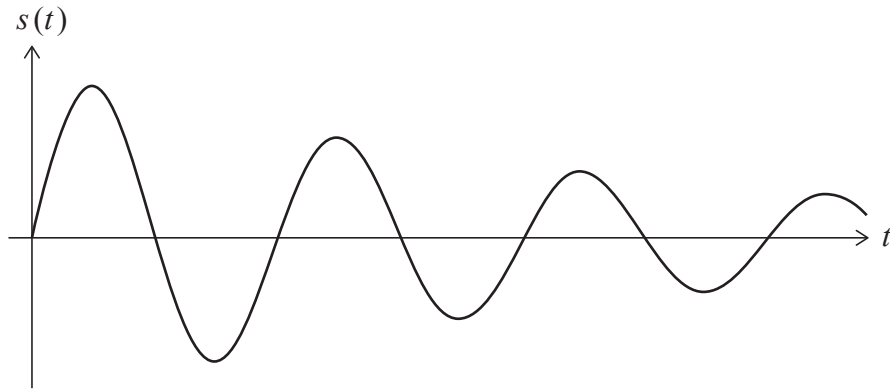


No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 17]

Una partícula  $P$  se mueve en línea recta, de modo tal que su desplazamiento ( $s$  cm) respecto a un punto fijo  $O$  en el instante  $t$  segundos viene dado por  $s(t) = 2^{\left(1-\frac{t}{5}\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$ , donde  $t \geq 0$ .

En la siguiente figura se muestra una parte del gráfico de  $y = s(t)$ .



(a) Halle:

- (i) El desplazamiento máximo de  $P$  respecto a  $O$ ;
- (ii) La velocidad máxima de  $P$ .

[5]

(b) Halle:

- (i) El valor mínimo de la función de desplazamiento  $s(t)$ ;
- (ii) El desplazamiento de  $P$  respecto a  $O$  cuando  $t = 3,5$ .

[3]

(c) A partir de lo anterior, determine la **distancia total** que ha recorrido  $P$  en los primeros 3,5 segundos.

[3]

La primera vez que  $P$  regresa y pasa por  $O$  es cuando  $t = T$ .

(d) Escriba el valor de  $T$ .

[1]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



No escriba soluciones en esta página.

**(Pregunta 9: continuación)**

La partícula pasa por O cada  $T$  segundos.

Se forma una progresión  $u_1, u_2, u_3 \dots$ , donde  $u_1, u_2, u_3 \dots$  son las máximas **distancias** de O a las que está la partícula en cada uno de los intervalos  $0 < t < T$ ,  $T < t < 2T$ ,  $2T < t < 3T \dots$ , respectivamente.

Se sabe que  $u_1, u_2, u_3 \dots$  forman una progresión geométrica.

- (e) (i) Determine el valor de la razón común ( $r$ ) de esta progresión geométrica.
- (ii) Calcule la **distancia total** que recorrería la partícula si siguiese moviéndose de esta manera indefinidamente.

[5]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP14

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP15

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP16