Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas: Análisis y Enfoques
Nivel Superior
Prueba 2

11 de noviembre de 2025

Zona A mañana | **Zona B** mañana | **Zona C** mañana

Número de convocatoria del alumno

2 horas

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.

15 páginas

8825 – 7157

© International Baccalaureate Organization 2025

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

(a) Muestre que $3\cos 2x + 11\operatorname{sen} x = 3 + 11\operatorname{sen} x - 6\operatorname{sen}^2 x$. [2]

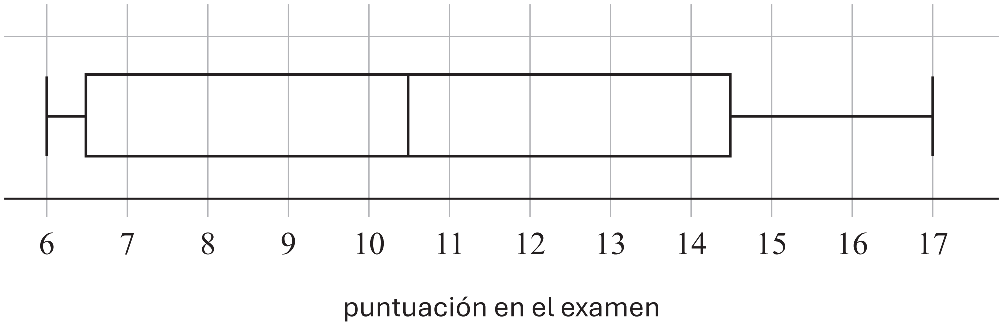
(b) A partir de lo anterior —o de cualquier otro modo alternativo—, resuelva la ecuación $3\cos 2x + 11\operatorname{sen} x - 6 = 0$ para $0° \le x \le 180°$. [3]

2. [Puntuación máxima: 6]

Una profesora pone un examen a su clase, compuesta por 30 alumnos.

Aiden y Brett faltaron a clase el día del examen.

En el siguiente diagrama de caja y bigotes se muestran los resultados de los 28 alumnos que hicieron el examen ese día.



Aiden y Brett hacen el examen cuando vuelven a clase.

Aiden obtiene una puntuación menor que 6 .

Brett obtiene una puntuación mayor que 17 .

(a) Explique brevemente por qué la mediana de las puntuaciones de los 30 alumnos seguirá siendo $10{,}5$. [1]

La media de las puntuaciones de los 28 alumnos era $10{,}5$.

La media de las puntuaciones de los 30 alumnos es ahora $10{,}6$.

El rango de las puntuaciones, para todos esos 30 alumnos, es igual a 14 .

(b) Determine la puntuación de Aiden y la puntuación de Brett. [5]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3. [Puntuación máxima: 6]

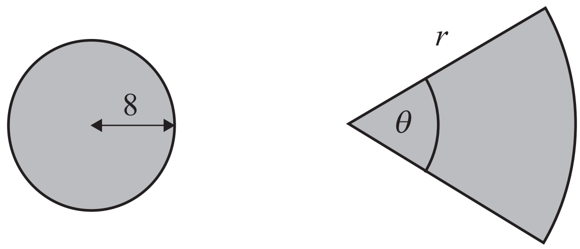
Considere un círculo y un sector circular.

El círculo tiene un radio de 8 mm .

El sector circular tiene un radio de $r\text{ mm}$ y en su centro forma un ángulo agudo de θ radianes.

Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



El perímetro del sector circular es igual a $1{,}5$ veces la circunferencia del círculo.

(a) Muestre que $r = \dfrac{24\pi}{2+\theta}$. [3]

Se sabe que el área del círculo es igual que el área del sector circular.

(b) Determine el valor de θ. [3]

4. [Puntuación máxima: 7]

En un vivero venden semillas de dos variedades de girasoles: grandes y gigantes.

Las alturas de los girasoles grandes siguen una distribución normal de media μ y desviación típica igual a σ.

Se sabe que el $25\,\%$ de los girasoles grandes tienen una altura de más de 180 cm.

(a) Sabiendo que $\mu + A\sigma = 180$, donde $A \in \mathbb{R}$, halle el valor de A. [3]

Las alturas de los girasoles gigantes también siguen una distribución normal.

Para los girasoles gigantes, la media de sus alturas es 35 cm mayor que la de los girasoles grandes y la desviación típica de sus alturas es el doble que la de los girasoles grandes.

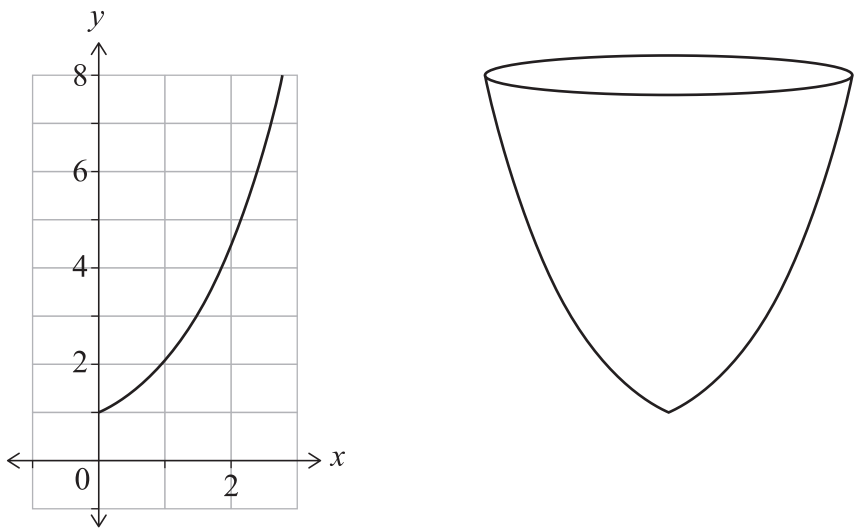
Se sabe que el $98\,\%$ de los girasoles gigantes tienen una altura mayor que 180 cm.

(b) Determine μ y σ. [4]

5. [Puntuación máxima: 5]

Considere la función $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{3x}{4}}$, donde $x \geq 0$.

La región que está delimitada por la curva $y = f(x)$, la recta $y = 8$ y el eje y se rota 2π radianes alrededor del eje y para generar un sólido. Toda esta información se representa en la siguiente figura.



Halle el volumen del sólido así generado.

6. [Puntuación máxima: 7]

Considere el polinomio de segundo grado que viene dado por $P(x) = 2x^2 + qx + r$ donde $q, r \in \mathbb{R}$.

La ecuación $P(x) = 0$ tiene por raíces α y β, donde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Al dividir $P(x)$ entre $(x + 1)$, el resto es igual a 12.

Sabiendo que $\alpha^2 + \beta^2 = \dfrac{37}{4}$, halle el valor de q y el valor de r.

7. [Puntuación máxima: 6]

Considere las siguientes dos ecuaciones:

$$2x + 6y - 8z = 13$$

$$3x - y + 3z = 12$$

(a) Determine la solución general; dé la respuesta en forma paramétrica. [2]

Considere una tercera ecuación: $ax + 12y - 16z = k$, donde a, $k \in \mathbb{R}$.

(b) Para el caso $a = 3$ y $k = -3$, determine la solución única del sistema formado por esas tres ecuaciones. [2]

(c) (i) Escriba el valor de a para el cual no existe una solución única para ese sistema de tres ecuaciones.

(ii) A partir de lo anterior, escriba el correspondiente valor de k para el cual existe un número infinito de soluciones para ese sistema de tres ecuaciones. [2]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

8. [Puntuación máxima: 7]

Malik posee 15 libros de recetas que compró estando de viaje.

(a) Halle el número de maneras distintas que existen de colocar esos libros en fila en un estante. [1]

Malik compró esos libros en tres continentes distintos.

Seis de los libros los compró en Asia, cinco en Europa y cuatro en África.

Malik decide ordenar los libros en el estante de modo tal que los libros procedentes de un mismo continente estén juntos.

(b) Determine el número de maneras distintas que tiene Malik de ordenarlos de este modo. [3]

Malik elige cuatro libros, todos procedentes del mismo continente.

(c) Determine el número de opciones distintas que puede elegir Malik. [3]

9. [Puntuación máxima: 5]

Pruebe por contradicción que $\sqrt{2xy} \le \frac{1}{2}(2x + y)$ para todo $x, y \in \mathbb{R}^{+}$.

No escriba soluciones en esta página.

Sección B

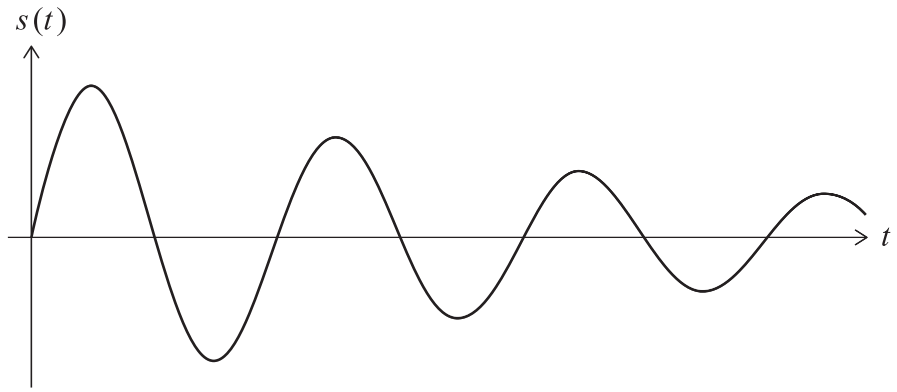
Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

10. [Puntuación máxima: 17]

Una partícula P se mueve en línea recta, de modo tal que su desplazamiento ($s\text{ cm}$) respecto a un punto fijo O en el instante t segundos viene dado por $s(t) = 2^{\left(1-\frac{t}{5}\right)}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$,

donde $t \geq 0$.

En la siguiente figura se muestra una parte del gráfico de $y = s(t)$.



(a) Halle:

(i) El desplazamiento máximo de P respecto a O;

(ii) La velocidad máxima de P. [5]

(b) Halle:

(i) El valor mínimo de la función de desplazamiento $s(t)$;

(ii) El desplazamiento de P respecto a O cuando $t = 3{,}5$. [3]

(c) A partir de lo anterior, determine la **distancia total** que ha recorrido P en los primeros $3{,}5$ segundos. [3]

La primera vez que P regresa y pasa por O es cuando $t = T$.

(d) Escriba el valor de T. [1]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

No escriba soluciones en esta página.

(Pregunta 10: continuación)

La partícula pasa por O cada T segundos.

Se forma una progresión u_1 , u_2 , u_3 … , donde u_1 , u_2 , u_3 … son las máximas **distancias** de O a las que está la partícula en cada uno de los intervalos $0 < t < T$, $T < t < 2T$, $2T < t < 3T$ … , respectivamente.

Se sabe que u_1 , u_2 , u_3 … forman una progresión geométrica.

(e) (i) Determine el valor de la razón común (r) de esta progresión geométrica.

(ii) Calcule la **distancia total** que recorrería la partícula si siguiese moviéndose de esta manera indefinidamente. [5]

No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 17]

Las longitudes (en metros) de los saltos dados en una competición de salto de longitud se pueden modelizar mediante una variable aleatoria continua X cuya función de densidad de probabilidad f se define así:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ a(x-3)^3 + b(x-3)^2, & 3 \le x \le 9 \\ 0, & x > 9 \end{cases}$$

donde $a, b \in \mathbb{R}$, $a, b \neq 0$.

(a) Muestre que $324a + 72b = 1$. [4]

Se sabe que $f(9) = 0$.

(b) (i) Muestre que $6a + b = 0$.

(ii) Determine el valor de a y el valor de b. [4]

(c) Muestre que la mediana de X es menor que la moda de X. [5]

Matt va a hacer el último salto de la competición. Para ganar la competición, tiene que saltar al menos $8{,}52\ \mathrm{m}$.

(d) Sabiendo que ha saltado más de $8\ \mathrm{m}$, utilice el modelo para hallar la probabilidad de que haya ganado la competición. [4]

No escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 22]

Considere la siguiente ecuación diferencial homogénea:

$$\left(x^2+xy\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=x^2+xy-3y^2 \text{ donde } x>0 \text{ e } y>\frac{x}{2}.$$

Se sabe que $y=\frac{3}{2}$ para $x=1$.

(a) (i) Halle el valor de $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ para $x=1$.

(ii) Utilice el método de Euler con dos pasos iguales para estimar el valor de y para $x=1{,}4$.

(iii) A partir de lo anterior, indique la concavidad de la curva solución para $1\le x\le 1{,}4$. Puede suponer que la concavidad no cambia en este intervalo. Dé una razón que justifique su respuesta. [6]

(b) (i) Muestre que

$$\left(x^2+xy\right)\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=2x+y-x\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2-(x+7y)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}.$$

(ii) Halle el valor de $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$ para $x=1$. [6]

(c) Determine las constantes A, $B\in\mathbb{R}$ tal que $\frac{1+v}{1-4v^2}\equiv\frac{A}{1-2v}+\frac{B}{1+2v}$. [2]

(d) Resolviendo la ecuación diferencial $\left(x^2+xy\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=x^2+xy-3y^2$ donde $x>0$, $y>\frac{x}{2}$ e $y=\frac{3}{2}$ para $x=1$, muestre que $x^6(2y-x)^3=2(x+2y)$. [8]

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.