

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 3

21 mai 2025

Zone A après-midi | **Zone B** après-midi | **Zone C** après-midi

1 heure 15 minutes

Instructions destinées aux candidates et aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[55 points]**.

Répondez aux **deux** questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale: 28]

Cette question concerne la comparaison des résultats scolaires entre deux établissements scolaires.

À 18 ans, tous les élèves de l'établissement scolaire A et de l'établissement scolaire B passent le même examen final. Augustin étudie les résultats de ces établissements scolaires.

Augustin choisit de construire un échantillon représentatif de six élèves de chaque établissement scolaire. Pour chaque élève de l'échantillon, il mènera un entretien (une entrevue).

- (a) (i) Indiquez un avantage d'augmenter la taille de l'échantillon. [1]
- (ii) Indiquez un inconvénient d'augmenter la taille de l'échantillon. [1]

Les données du **Tableau 1** montrent les résultats obtenus à l'examen final, en pourcentage, pour chacun des six élèves échantillonnés dans l'établissement scolaire A.

Tableau 1

Numéro du candidat	Examen final
10001	63,5
10003	52,5
10012	50,7
10045	42,8
10073	44,7
10090	56,1

Le résultat moyen de l'échantillon de l'établissement scolaire A est de 51,7 donné avec une précision de trois chiffres significatifs.

- (b) Trouvez la valeur de s_{n-1} pour l'échantillon de l'établissement scolaire A. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

La valeur de s_{n-1} pour l'échantillon de l'établissement scolaire B est de 7,66 donné avec une précision de trois chiffres significatifs.

Augustin affirme :

« La dispersion des résultats dans l'établissement scolaire A doit être inférieure à la dispersion des résultats dans l'établissement scolaire B ».

(c) Faites une critique de l'affirmation d'Augustin. [1]

Le comité d'examineurs affirme que les résultats à l'examen final de chaque établissement scolaire sont distribués à peu près normalement. Vous pouvez supposer que cette affirmation est correcte.

Augustin décide d'utiliser un test t pour des échantillons appariés afin de comparer les résultats moyens de l'établissement scolaire A à ceux de l'établissement scolaire B.

(d) (i) Indiquez la condition relative aux variances des populations requise pour utiliser un test t pour des échantillons appariés. [1]

(ii) Indiquez si Augustin devrait utiliser un test t pour des échantillons appariés dans ce cas. Justifiez votre réponse. [2]

Avant de recueillir ses données, Augustin pensait que le résultat moyen de l'établissement scolaire B était supérieur à celui de l'établissement scolaire A. À partir de ses données, il trouve que le résultat moyen à l'examen final pour l'échantillon de l'établissement scolaire B est exactement de 60.

(e) (i) Indiquez une hypothèse nulle et une hypothèse alternative appropriées pour le test t pour des échantillons appariés. [2]

(ii) Trouvez la valeur p . [2]

(iii) Sachant que le test est effectué au niveau de signification de 5 %, indiquez la conclusion appropriée dans le contexte. Justifiez votre réponse. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Tous les élèves des deux établissements scolaires ont passé le même examen d'entrée à l'âge de 11 ans.

Augustin souhaite déterminer s'il existe une corrélation entre le résultat à l'examen d'entrée et le résultat à l'examen final. Pour les 12 élèves de l'échantillon, Augustin collecte leurs résultats à l'examen d'entrée.

Le coefficient de corrélation de Pearson entre les résultats à l'examen d'entrée et ceux à l'examen final est $r = 0,876$ donné avec une précision de trois chiffres significatifs. La valeur critique de r au niveau de signification de 5% est de 0,576.

- (f) (i) En supposant que toutes les exigences sont remplies, effectuez un test au niveau de signification de 5%.

Indiquez les hypothèses et justifiez votre conclusion.

[4]

- (ii) Si les exigences ne sont pas remplies, indiquez un autre test.

[1]

Le comité d'examineurs utilise un modèle pour prédire le résultat à l'examen final d'un élève ($\hat{y}$) sur la base de son résultat à l'examen d'entrée (x).

Le modèle utilisé est :

$$\hat{y} = 0,37x + 37,6$$

- (g) Donnez, dans le contexte, une interprétation de la pente 0,37 dans le modèle.

[1]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Pour chaque élève, Augustin utilise la valeur $y - \hat{y}$, arrondie à un chiffre après la virgule près, pour mesurer dans quelle mesure un établissement scolaire a contribué à améliorer les résultats d'un élève. Il l'appelle la « valeur ajoutée de l'établissement scolaire ». Ceci est montré dans le **Tableau 2**.

Tableau 2

Numéro du candidat	Établissement scolaire	Examen d'entrée (x)	Examen final (y)	Valeur ajoutée de l'établissement scolaire ($y - \hat{y}$)
10001	A	53,2	63,5	6,2
10003	A	38,7	52,5	q
10012	A	32,0	50,7	1,3
10045	A	20,0	42,8	-2,2
10073	A	23,2	44,7	-1,5
10090	A	42,4	56,1	2,8
20004	B	72,0	60,8	-3,4
20008	B	69,5	60,3	-3,0
20023	B	52,3	47,1	-9,9
20044	B	84,1	69,9	1,2
20061	B	74,7	64,6	-0,6
20083	B	66,9	57,3	-5,1

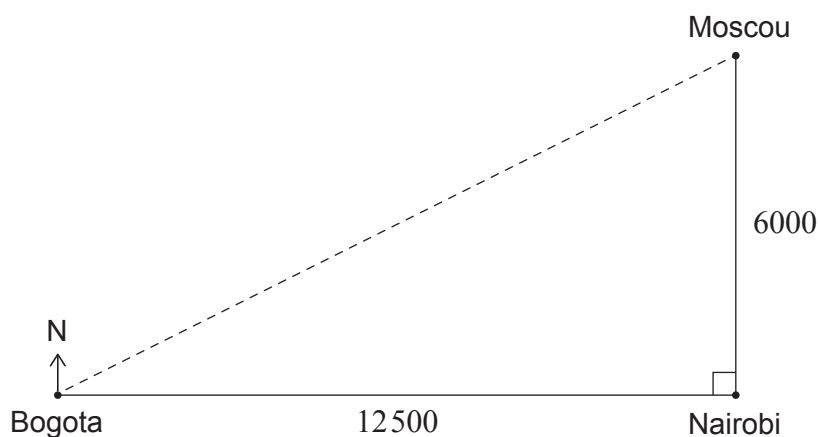
- (h) (i) Montrez que la valeur de q dans le **Tableau 2** est de 0,6. [2]
- (ii) En supposant que toutes les exigences appropriées sont remplies, utilisez un test t pour des échantillons appariés, au niveau de signification de 5%, pour déterminer si la « valeur ajoutée de l'établissement scolaire » moyenne est supérieure dans l'établissement scolaire A que dans l'établissement scolaire B. Écrivez votre hypothèse nulle et votre hypothèse alternative et justifiez votre conclusion. [4]
- (i) En utilisant les résultats d'Augustin, expliquez comment chaque établissement scolaire peut prétendre avoir obtenu de meilleurs résultats que l'autre. [2]

2. [Note maximale: 27]

La question suivante compare la distance et la direction entre des villes sur une surface plane à la distance et la direction entre des villes sur une sphère.

Considérez un modèle dans lequel les villes de Bogota, Moscou et Nairobi sont situées sur une surface plane. Dans ce modèle, Nairobi est à 6000 km au sud de Moscou et Bogota est à 12 500 km à l'ouest de Nairobi, comme le montre le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



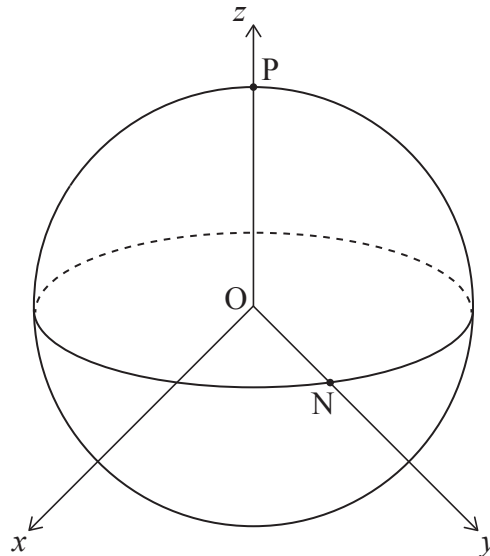
- (a) (i) Trouvez la distance entre Bogota et Moscou. [2]
- (ii) Trouvez le relèvement de Moscou par rapport à Bogota. Donnez votre réponse en degrés. [3]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

En réalité, ces trois villes se trouvent sur la surface incurvée de la Terre, ce qui modifiera les distances et les directions trouvées dans la partie (a).

Considérez maintenant un modèle incurvé utilisant un système de coordonnées (x, y, z) dont l'origine, O , se situe au centre de la Terre. Les unités de ce système sont en milliers de kilomètres et la Terre est modélisée comme une sphère dont le rayon mesure 6000 km. Le pôle Nord, P , se situe sur l'axe des cotes (l'axe z) et Nairobi, N , est modélisée comme étant sur l'équateur et située sur l'axe des ordonnées.



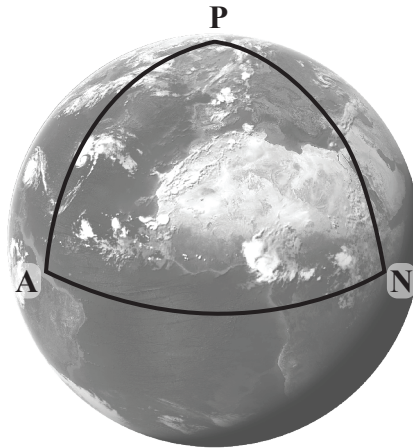
Le vecteur-position de P est $\vec{OP} = \mathbf{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ et le vecteur-position de N est $\vec{ON} = \mathbf{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (b) (i) Utilisez le produit scalaire pour trouver l'angle entre $\mathbf{p}$ et $\mathbf{n}$. [2]
- (ii) Montrez que la distance entre P et N le long de l'arc à partir de P jusqu'à N est de 3000π km. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

Le vecteur-position du point A , qui est aussi sur l'équateur, est $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, comme le montre le diagramme suivant.



P , N et A , et les arcs qui les relient, forment un triangle sphérique.

L'angle au sommet A est défini comme l'angle entre les vecteurs $\mathbf{a} \times \mathbf{p}$ et $\mathbf{a} \times \mathbf{n}$.

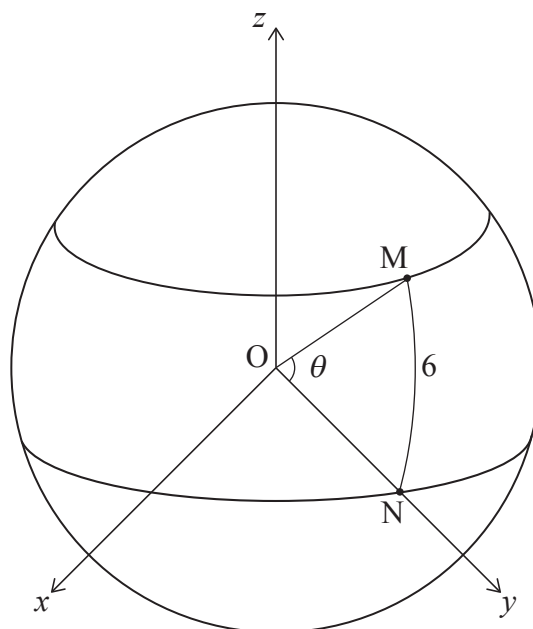
(c) (i) Trouvez le vecteur $\mathbf{a} \times \mathbf{p}$. [2]

(ii) Montrez que l'angle au sommet A dans le triangle sphérique mesure 90° . [3]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

Le vecteur-position de Moscou, M, est $\vec{OM} = \mathbf{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \cos \theta \\ 6 \sin \theta \end{pmatrix}$, comme le montre le diagramme suivant.



La distance la plus courte entre deux points sur la sphère se situe le long d'un arc de cercle sur la sphère de centre O. Dans ce modèle, la distance la plus courte entre Moscou et Nairobi est de 6000 km.

- (d) Montrez que $\theta = 57,3^\circ$, réponse correcte à trois chiffres significatifs près. [2]

Bogota, B, est à l'ouest de Nairobi et son vecteur-position est $\vec{OB} = \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \sin 120^\circ \\ 6 \cos 120^\circ \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (e) Trouvez la distance la plus courte entre Bogota et Moscou sur la sphère. [5]

Le relèvement de M par rapport à B est défini comme l'angle au sommet B dans le triangle

sphérique contenant B, M et P. On sait que $\mathbf{b} \times \mathbf{p} = \begin{pmatrix} 36 \cos 120^\circ \\ -36 \sin 120^\circ \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (f) En utilisant la méthode de la partie (c), trouvez le relèvement de Moscou par rapport à Bogota. [6]

Avertissement :

Le contenu utilisé dans les évaluations de l'IB est extrait de sources authentiques issues de tierces parties. Les avis qui y sont exprimés appartiennent à leurs auteurs et/ou éditeurs, et ne reflètent pas nécessairement ceux de l'IB.

Références :

- 2(c)** Google Maps/Google Earth. Données de Data SIO, NOAA, U.S. Navy, NGA, GEBCO Landsat / Copernicus, IBCAO, U.S. Geological Survey, PGC/NASA. Images du 14 décembre 2015. Image disponible sur Internet : https://earth.google.com/web/@12.01529518,-18.56070747,-158.39383184a,23597813.93249989d,30.00008083y,359.99981502h,0t,0r/data=CgRCaggBOgMKATBCAggASg0I_____ARAA.

Tous les autres textes, graphiques et illustrations : © Organisation du Baccalauréat International 2025