

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Medio

Prueba 2

16 de mayo de 2025

Zona A mañana | **Zona B** mañana | **Zona C** mañana

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada pregunta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 18]

Cathie es una analista financiera que está estudiando, para un nuevo cliente, el crecimiento de dos cuentas de inversión: la Cuenta 1 y la Cuenta 2.

La Cuenta 1 tiene una cantidad inicial de 5.000 dólares estadounidenses (USD). Los intereses se añaden a la cantidad que hay en la Cuenta 1 al final de cada año, de la siguiente manera: USD 200 al final del primer año, USD 260 al final del segundo año, USD 320 al final del tercer año, USD 380 al final del cuarto año y USD 440 al final del quinto año.

Suponga que la cantidad de intereses sigue aumentando cada año, siguiendo una progresión aritmética.

(a) Halle:

(i) La diferencia común.

(ii) La cantidad de intereses, en USD, que se añadirán al final del 10.º año. [3]

(b) Muestre que la cantidad de dinero que habrá en la Cuenta 1 al cabo de n años se puede expresar así:

$$5000 + \frac{n}{2}(340 + 60n). \quad [3]$$

(c) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo alternativo, halle la cantidad de dinero que habrá en la Cuenta 1 al cabo de 10 años completos. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

La Cuenta 2 tiene la misma cantidad inicial: USD 5.000 . La Cuenta 2 paga un 6,5 % de interés, compuesto anualmente. Los intereses se van añadiendo a la cantidad que hay en la cuenta al final de cada año.

La cantidad que habrá en la Cuenta 2 al cabo de n años se puede expresar así: $5.000 \times B^n$ donde $B \in \mathbb{R}$.

- (d) (i) Escriba el valor de B . [4]
- (ii) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo alternativo, muestre que en la Cuenta 1 habrá más dinero que en la Cuenta 2 al cabo de 10 años completos. [4]

Al cliente le interesa hacer una inversión a largo plazo. Cathie se da cuenta de que harán falta al menos m años completos para que la cantidad que hay en la Cuenta 2 supere la cantidad que hay en la Cuenta 1.

- (e) Halle el valor de m . [3]
- (f) Determine los intereses totales que se habrán añadido a la Cuenta 2 al cabo de m años completos. Dé la respuesta redondeando al número entero de dólares (USD) más próximo. [3]

Página en blanco

2. [Puntuación máxima: 17]

Una empresa fabrica componentes electrónicos a gran escala. Realizan pruebas de control de calidad para determinar si los componentes cumplen (o no) los estándares de calidad de la empresa.

Zaakir, el propietario de la empresa, quiere que el equipo de control de calidad analice la distribución de los pesos de los componentes.

Basándose en el historial de datos, el equipo de control de calidad sabe que los pesos de los componentes siguen una distribución normal de media 2,5 gramos y desviación típica igual a 0,15 gramos.

- (a) Halle la probabilidad de que el peso de un componente elegido al azar sea mayor que 2,8 gramos. [2]

La probabilidad de que el peso de un componente elegido al azar sea mayor que w gramos es igual a 0,8.

- (b) (i) Dibuje aproximadamente la curva de la distribución normal y muestre ahí el área que representa esta probabilidad.
(ii) Halle el valor de w . [4]

Para pasar la Prueba 1, el peso de un componente tiene que estar comprendido entre 2,3 gramos y 2,7 gramos.

- (c) (i) Halle la probabilidad de que un componente elegido al azar pase la Prueba 1.
(ii) Halle el número esperado de componentes, de una caja de 200, que pasarán la Prueba 1. [3]

Zaakir le pide al equipo de control de calidad que analice más en profundidad la situación realizando una prueba nueva: la Prueba 2. La probabilidad de que un componente pase la Prueba 2 es igual a 0,95. El equipo elige al azar una caja y le hace la prueba a cada uno de sus 200 componentes.

- (d) Halle la probabilidad de que exactamente 190 componentes pasen la Prueba 2. [2]
(e) Halle la probabilidad de que al menos 188 componentes pasen la Prueba 2. [2]

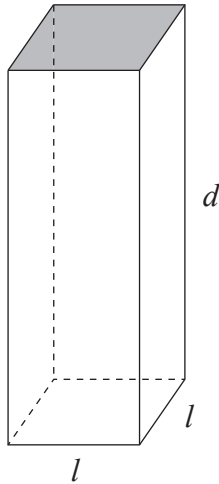
En lugar de hacerle la prueba a los 200 componentes, Zaakir ahora decide hacerle la prueba a una muestra aleatoria formada por 12 componentes, procedentes de una caja de 200 componentes. Además decide que la caja se enviará solo si al menos 10 de los 12 componentes pasan la Prueba 1 y la Prueba 2 (ambas). Los resultados de la Prueba 1 y de la Prueba 2 son independientes.

- (f) Halle la probabilidad de que la caja se envíe. [4]

3. [Puntuación máxima: 20]

Kailash fabrica recipientes para bebidas en forma de ortoedro. El recipiente tiene una parte superior cuadrada y una base cuadrada de l cm de longitud. Su altura (d cm) es tres veces la longitud de la base.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Escriba una expresión que dé d en función de l . [1]

En el recipiente caben 375 cm^3 de bebida.

- (b) Halle el valor de l y el de d . [3]

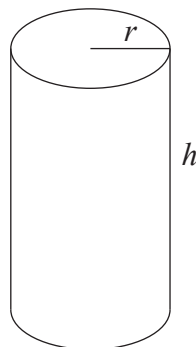
- (c) Calcule el área total de la superficie externa del recipiente. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 3: continuación)

Para reducir el impacto medioambiental, Kailash está tratando de minimizar la cantidad de material que se necesita para fabricar el recipiente de 375 cm^3 .

Está dispuesto a cambiarlo de forma, y que sea un cilindro de radio $r \text{ cm}$ y altura $h \text{ cm}$, como se muestra a continuación.



En el recipiente cilíndrico también tienen que caber 375 cm^3 de bebida.

(d) Halle una expresión que dé la altura (h) del recipiente en función de r . [2]

Sea $A \text{ cm}^2$ el área total de la superficie externa.

(e) Muestre que $A = 2\pi r^2 + \frac{750}{r}$. [2]

(f) Halle $\frac{dA}{dr}$. [3]

(g) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo alternativo:

(i) Halle el valor de r para el que se minimiza A .

(ii) Halle el valor mínimo de A que se necesita para el cilindro. [3]

Para fabricar los recipientes, se necesita material adicional:

- Un 10% más de superficie para el ortoedro
- Un 25% más de superficie para el cilindro.

Kailash elegirá el recipiente para el que se necesite la menor cantidad total de material.

(h) Determine qué recipiente debería elegir Kailash. Justifique su respuesta. [3]

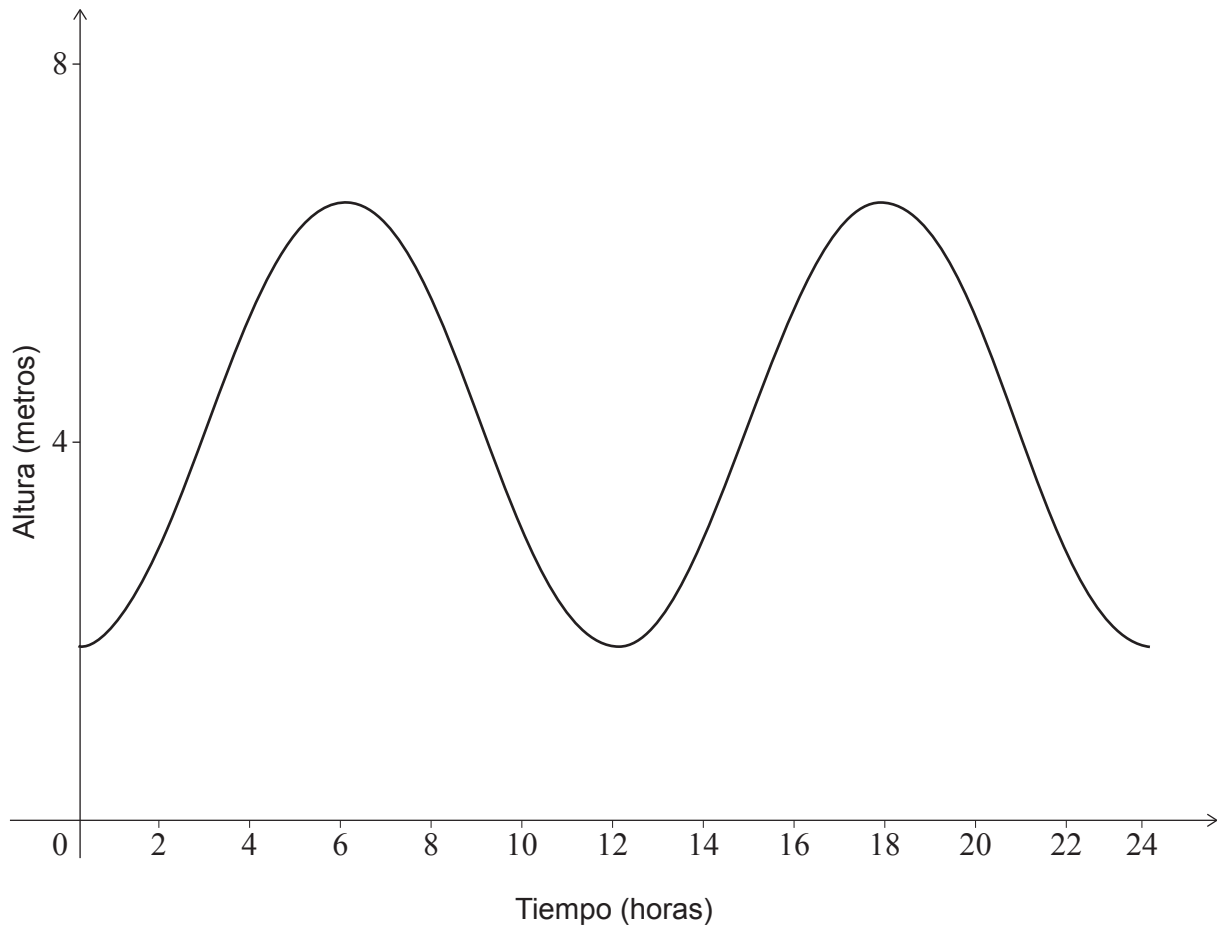
4. [Puntuación máxima: 13]

En un día concreto, la altura de la marea (h , en metros) en el puerto de Albion se puede modelizar mediante la función:

$$h(t) = -2,5 \cos(bt^\circ) + 4,5, \text{ donde } b \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq 24$$

y t representa el número de horas transcurridas desde medianoche.

En la siguiente figura se muestra el gráfico de h .



- (a) Muestre que el valor de b es 30. [1]
- (b) Halle la altura de la marea en el instante $t = 5$. [2]
- (c) Escriba:
 - (i) La amplitud de h .
 - (ii) La ecuación del eje principal. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 4: continuación)

Los barcos solo pueden salir o regresar al puerto de Albion cuando $h(t) \geq 2,65$. Robin quiere salir del puerto para ir a pescar tan pronto como sea posible después de las 12.00.

- (d) Determine la hora más temprana a la que Robin podrá salir del puerto. Dé la respuesta redondeando al número entero de minutos más cercano. [3]

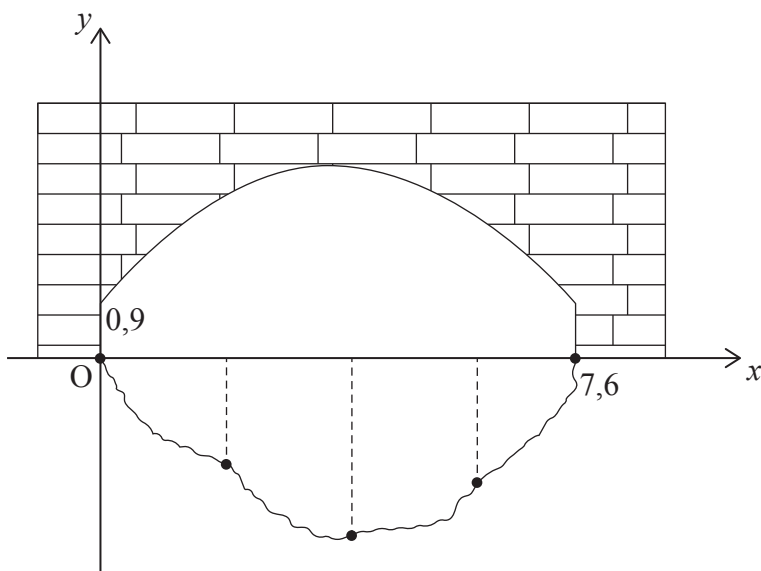
El barco tardará 15 minutos en navegar desde el puerto hasta el lugar de pesca. Robin tiene previsto regresar al puerto ese mismo día.

- (e) Determine el tiempo máximo (en horas) que podrá pasar en el sitio de pesca y aun así estar seguro de que, a su regreso, podrá entrar de nuevo en el puerto. [4]

5. [Puntuación máxima: 12]

La figura muestra la sección transversal de un puente y un río. Se ha añadido un sistema de coordenadas cuyo origen O está en el punto en el que el puente y el agua se encuentran, en una de las orillas. Las unidades de todos los valores son metros.

la figura no está dibujada a escala



Un investigador quiere calcular el volumen de agua que fluye bajo el puente. Para hacer esto va midiendo la profundidad del río cada $1,9\text{ m}$ a partir de O . En la siguiente tabla se muestran las profundidades obtenidas.

Distancia en horizontal desde O (metros)	0	1,9	3,8	5,7	7,6
Profundidad en vertical del agua (metros)	0	1,68	2,81	2,32	0

- (a) Utilice la regla del trapecio para hallar el área de la sección transversal del río a su paso bajo el puente.

[3]

El agua fluye bajo el puente a una velocidad de $0,3\text{ m s}^{-1}$.

- (b) Halle el volumen de agua que pasa bajo el puente cada segundo.

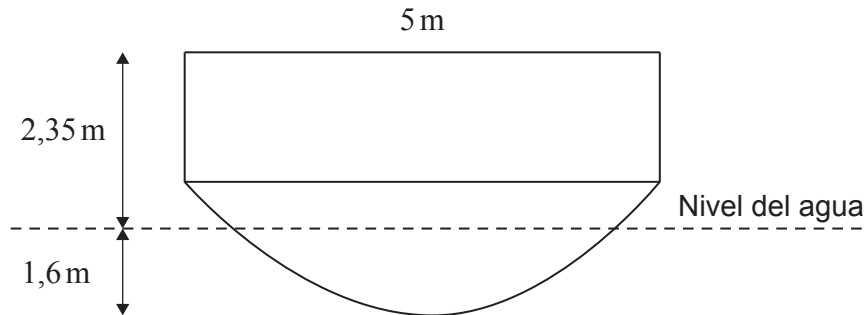
[2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 5: continuación)

Hay un barco que está navegando por el río. En la siguiente figura se muestra la sección transversal del barco y el nivel del agua.

La parte superior del barco es paralela al nivel del agua y mide 5 m de ancho. La altura del barco es 2,35 m por encima del nivel del agua y la parte inferior del barco está sumergida 1,6 m por debajo del nivel del agua.



El barco se está desplazando por el centro del río.

- (c) Halle la distancia en vertical que hay entre la parte inferior del barco y el fondo del río cuando pasa bajo el puente. [1]

El arco curvo del puente se puede modelizar mediante la ecuación:

$$y = -0,15x^2 + 1,14x + 0,9, \quad 0 \leq x \leq 7,6$$

- (d) Halle la altura máxima del arco curvo respecto al nivel del agua. [2]
- (e) Determine si la parte superior del barco podrá pasar bajo el puente. [4]