

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Medio

Prueba 2

16 de mayo de 2025

Zona A mañana | **Zona B** mañana | **Zona C** mañana

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada pregunta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 16]

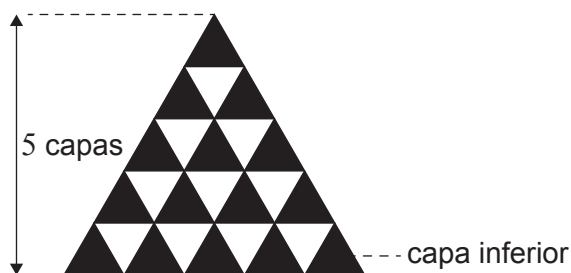
Los cojines tailandeses tienen una sección transversal triangular y están hechos de capas de cojines más pequeños. Estos cojines más pequeños se pueden modelizar como si fueran prismas triangulares.

Todos estos datos se muestran en la figura.

la figura no está dibujada a escala



Cojín tailandés de 4 capas



Sección transversal de un cojín tailandés de 5 capas

(a) Escriba el número de prismas triangulares que hay en la capa inferior de un cojín de:

(i) 4 capas.

(ii) 5 capas.

[2]

Mayumi se da cuenta de que el número de prismas triangulares que hay en la capa inferior de los cojines forma una progresión aritmética.

(b) (i) Escriba el valor de la diferencia común de esta progresión.

(ii) Halle una expresión que dé el número de prismas triangulares que hay en la capa inferior de un cojín de n capas.

[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

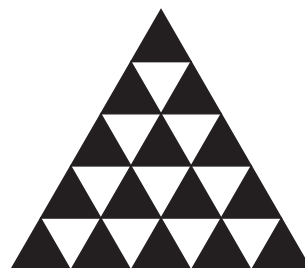
Mayumi quiere ampliar este diseño para crear un cojín de 9 capas.

- (c) (i) Halle el número de prismas triangulares que hay en la capa inferior del cojín de Mayumi. [3]
- (ii) Calcule el número **total** de prismas triangulares que hay en el cojín de Mayumi. [3]
- (d) Halle una expresión para el número **total** de prismas triangulares que tiene un cojín de n capas. Dé la respuesta de la forma más simplificada posible. [2]

La sección transversal del cojín consta de triángulos negros y triángulos blancos.



Este cojín de 4 capas tiene, en total, 6 triángulos blancos.



Este cojín de 5 capas tiene 4 triángulos blancos en la capa inferior.

- (e) Escriba el número total de triángulos negros que hay en un cojín de 4 capas. [1]

El número de triángulos negros que hay en cada capa forma una progresión aritmética.

- (f) Halle y simplifique una expresión que dé el número total de triángulos negros que hay en un cojín de n capas. [2]

El número total de triángulos blancos que hay en un cojín de n capas es $\frac{n(n-1)}{2}$.

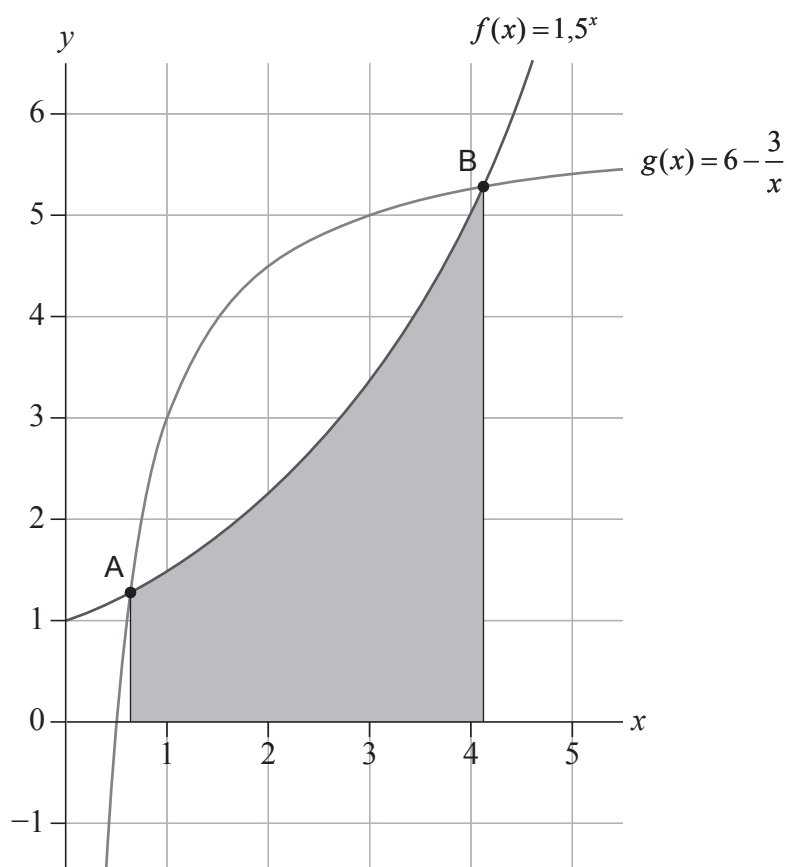
- (g) Utilizando la expresión dada y la respuesta que obtuvo en el apartado (f), halle y simplifique una expresión que dé el número total de triángulos —blancos y negros— que hay en un cojín de n capas. [3]

2. [Puntuación máxima: 12]

La figura muestra una parte del gráfico de las funciones:

$$f(x) = 1,5^x \quad x \geq 0$$

$$g(x) = 6 - \frac{3}{x} \quad x > 0.$$



(a) Resuelva $f(x) = g(x)$. [3]

(b) (i) Escriba la integral que representa el área de la región sombreada.

(ii) Calcule el área de esta región sombreada.

(iii) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo alternativo, calcule el área de la región delimitada por las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$. [6]

La tangente al gráfico de $y = f(x)$ es paralela a la tangente al gráfico de $y = g(x)$ en $x = k$.

(c) Halle el valor de k . [3]

3. [Puntuación máxima: 20]

Según el horario, el tren vespertino procedente de Cardiff llega a Londres a las 18.00. Los registros muestran que, para este tren, las horas de llegada siguen una distribución normal donde la media de las horas de llegada es las 18.20 y la desviación típica es igual a 10 minutos.

Sea X la variable aleatoria “número de minutos tarde que llega el tren”.

(a) Escriba:

(i) La media de X .

(ii) La varianza de X . [2]

(b) Halle la probabilidad de que el tren vespertino llegue a Londres entre 15 y 25 minutos tarde. [2]

Si el tren llega más de 30 minutos tarde, la compañía ferroviaria tiene que pagar una multa.

(c) Calcule el número esperado de días, en un año de 365 días, que la compañía ferroviaria paga una multa. [3]

Janine llega a Londres en el tren vespertino procedente de Cardiff. A continuación tiene que coger un tren de enlace para ir a otra ciudad.

Calcula que necesita 10 minutos para cambiar de andén en la estación.

Janine exige que la probabilidad de llegar al andén a tiempo de tomar el tren de enlace sea, como mínimo, del 99%.

(d) Halle la hora más temprana —redondeando al número entero de minutos más próximo— a la que puede salir el tren de enlace cumpliendo los requisitos de Janine. [4]

A David, un empleado de la compañía ferroviaria, le preocupa el número de trenes que llegan tarde.

Pasa 7 días en Londres anotando las llegadas de los trenes.

Se puede suponer que las llegadas de los trenes son independientes unas de otras.

(e) Halle la probabilidad de que el tren vespertino de Cardiff a Londres llegue tarde:

(i) El primer día que David está en Londres.

(ii) Un total de 5 días, de los 7 que David está en Londres.

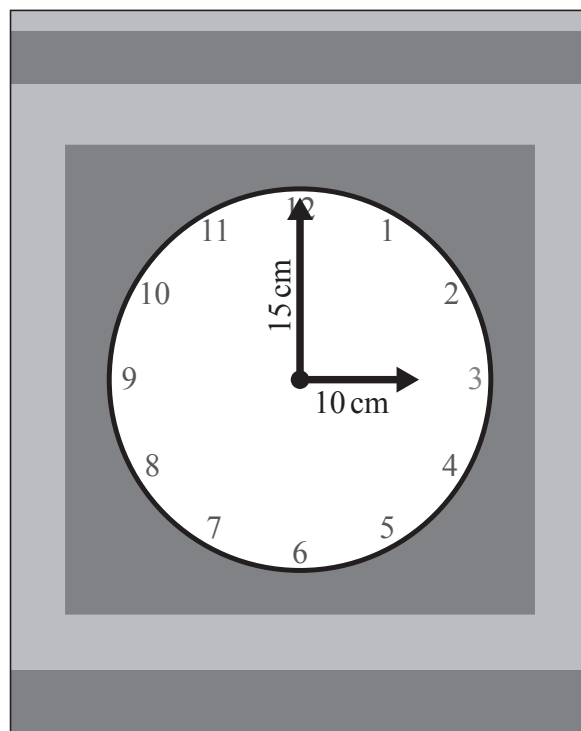
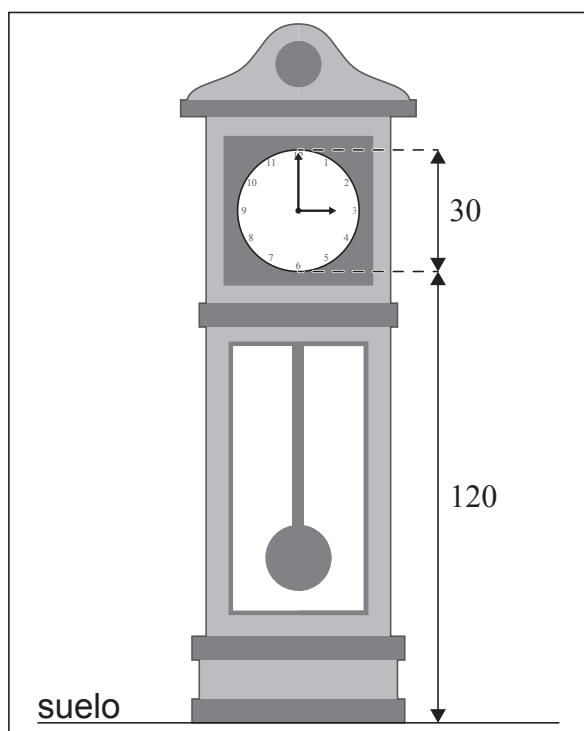
(iii) Al menos 5 días consecutivos de los que David está en Londres. [9]

4. [Puntuación máxima: 16]

La esfera circular de un reloj de pie mide 30 cm de diámetro y su punto más bajo está a 120 cm del suelo. La longitud del minuterero (la manecilla de los minutos) es 15 cm y la longitud del horario (la manecilla de las horas) es 10 cm. Todos estos datos se muestran en la figura.

El reloj se pone en marcha a las 15.00 en punto.

la figura no está dibujada a escala



- (a) (i) Escriba la medida del ángulo que forman el minuterero y el horario a las 15.00 .
- (ii) Calcule la distancia que hay entre los extremos de esas dos manecillas del reloj a las 15.00 .

[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

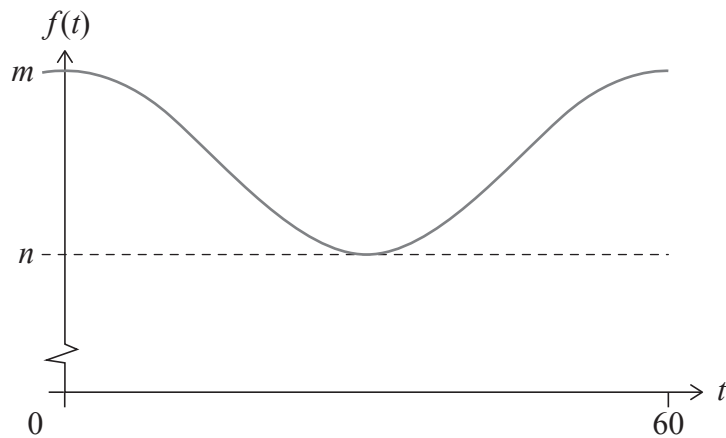
(Pregunta 4: continuación)

La altura del suelo a la que está el extremo del minuterio, $f(t)$, se puede modelizar mediante la función coseno:

$$f(t) = a \cos(bt) + d, \quad a, b > 0$$

donde el ángulo bt se mide en grados y t es el número de minutos transcurridos desde las 15.00.

A continuación se muestra un dibujo aproximado del gráfico de $y = f(t)$ durante el tiempo transcurrido entre las 15.00 y las 16.00.



(b) Escriba el valor de:

(i) m .

(ii) n .

[2]

(c) A partir de lo anterior, halle el valor de:

(i) a .

(ii) b .

(iii) d .

[3]

(Esta pregunta continúa en la página 9)

Página en blanco

(Pregunta 4: continuación)

La altura del suelo a la que está el extremo del horario, $g(t)$, se puede modelizar mediante la función seno:

$$g(t) = p \operatorname{sen}(qt) + d$$

donde qt se mide en grados y t es el número de minutos transcurridos desde las 15.00.

- (d) (i) Muestre que $q = 0,5$.
- (ii) Halle el valor de p . [3]
- (e) Halle a qué altura del suelo está el extremo del horario a las 16.00. [2]
- (f) Halle a qué hora, después de las 15.00, los extremos de las dos manecillas del reloj están por primera vez a la misma altura del suelo.
- Dé la respuesta redondeando al número entero de minutos más cercano. [3]

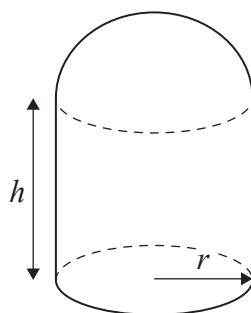
5. [Puntuación máxima: 16]

Ju Shen diseña una cubierta de plástico con forma de cilindro combinado con una semiesfera en la parte superior, como se muestra en la figura.

Con el plástico utilizado para fabricar la cubierta se genera la superficie curva tanto de la semiesfera como del cilindro; la cubierta no tiene base sólida, aunque se apoya sobre una superficie plana horizontal.

Sea h cm la altura del cilindro y r cm su radio interno.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Halle una expresión que dé el área total de la superficie interna de la cubierta ($A \text{ cm}^2$) en función de r y h . [2]

- (b) Muestre que el volumen total ($V \text{ cm}^3$) que encierran la cubierta y la superficie horizontal viene dado por la expresión:

$$V = \frac{2\pi r^3 + 3\pi r^2 h}{3} \quad [2]$$

El volumen total que encierra la cubierta es 10.000 cm^3 .

- (c) A partir de lo anterior, muestre que $h = \frac{30.000 - 2\pi r^3}{3\pi r^2}$. [2]

Ju Shen utiliza el área total de la superficie interna de la cubierta para modelizar la cantidad de plástico que se usa para fabricarla.

- (d) Muestre que A viene dado por la expresión:

$$A = \frac{2\pi r^2}{3} + \frac{20.000}{r} \quad [2]$$

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 5: continuación)

Ju Shen quiere utilizar la mínima cantidad de plástico en la fabricación de la cubierta.

- (e) Halle una expresión para $\frac{dA}{dr}$. [3]
 - (f) Halle el valor de r y el valor de h que minimizan el uso de plástico. [4]
 - (g) Interpretando la respuesta que ha dado en el apartado (f), sugiera la mejor forma que puede tener la cubierta de plástico de Ju Shen. [1]
-

Advertencia:

Los contenidos usados en las evaluaciones del IB provienen de fuentes externas auténticas. Las opiniones expresadas en ellos pertenecen a sus autores y/o editores, y no reflejan necesariamente las del IB.

Referencias:

1. naisupakit, 2016. *Triangle Pillow tradition native Thai style pillow*. [imagen en línea] Disponible en: <https://www.gettyimages.co.uk/detail/photo/triangle-pillow-tradition-native-thai-style-pillow-royalty-free-image/623127206> [Consulta: 9 de abril de 2024]. Material original adaptado.
4. bortonia, 2020. *Antique Grandfather Clock Icon on Transparent Background*. [imagen en línea] Disponible en: <https://www.gettyimages.co.uk/detail/illustration/antique-grandfather-clock-icon-on-royalty-free-illustration/1284116855> [Consulta: 9 de abril de 2024]. Material original adaptado.

Los demás textos, gráficos e ilustraciones: © Organización del Bachillerato Internacional, 2025