

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau moyen

Épreuve 2

16 mai 2025

Zone A matin | Zone B matin | Zone C matin

1 heure 30 minutes

Instructions destinées aux candidates et aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale: 16]

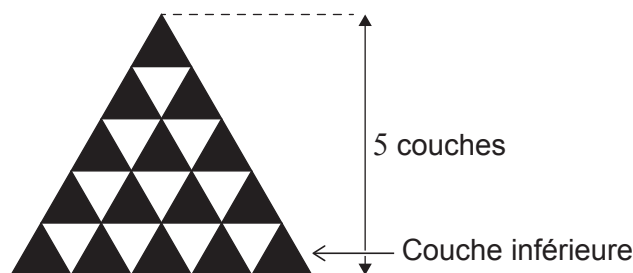
Les coussins thaïlandais sont conçus avec une section transversale triangulaire et sont constitués de couches de coussins plus petits. Ces coussins peuvent être modélisés comme des prismes triangulaires.

Ceci est montré dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



Coussin thaïlandais à 4 couches



Section transversale d'un coussin thaïlandais à 5 couches

(a) Écrivez le nombre de prismes triangulaires dans la couche inférieure du coussin à

(i) 4 couches ;

(ii) 5 couches.

[2]

Mayumi remarque que le nombre de prismes triangulaires dans la couche inférieure des coussins forme une suite arithmétique.

(b) (i) Écrivez la raison de cette suite.

(ii) Trouvez une expression pour le nombre de prismes triangulaires dans la couche inférieure d'un coussin à n couches.

[3]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Mayumi souhaite prolonger ce motif pour créer un coussin à 9 couches.

- (c) (i) Trouvez le nombre de prismes triangulaires dans la couche inférieure du coussin de Mayumi.
- (ii) Calculez le nombre **total** de prismes triangulaires dans le coussin de Mayumi. [3]
- (d) Trouvez une expression pour le nombre **total** de prismes triangulaires dans un coussin à n couches, en donnant votre réponse sous sa forme la plus simple. [2]

La section transversale du coussin est composée de triangles noirs et de triangles blancs.



Ce coussin à 4 couches possède un total de 6 triangles blancs.



Ce coussin à 5 couches possède 4 triangles blancs dans sa couche inférieure.

- (e) Écrivez le nombre total de triangles noirs dans un coussin à 4 couches. [1]

Le nombre de triangles noirs dans chaque couche forme une suite arithmétique.

- (f) Trouvez et simplifiez une expression pour le nombre total de triangles noirs dans un coussin à n couches. [2]

Le nombre total de triangles blancs dans un coussin à n couches est $\frac{n(n-1)}{2}$.

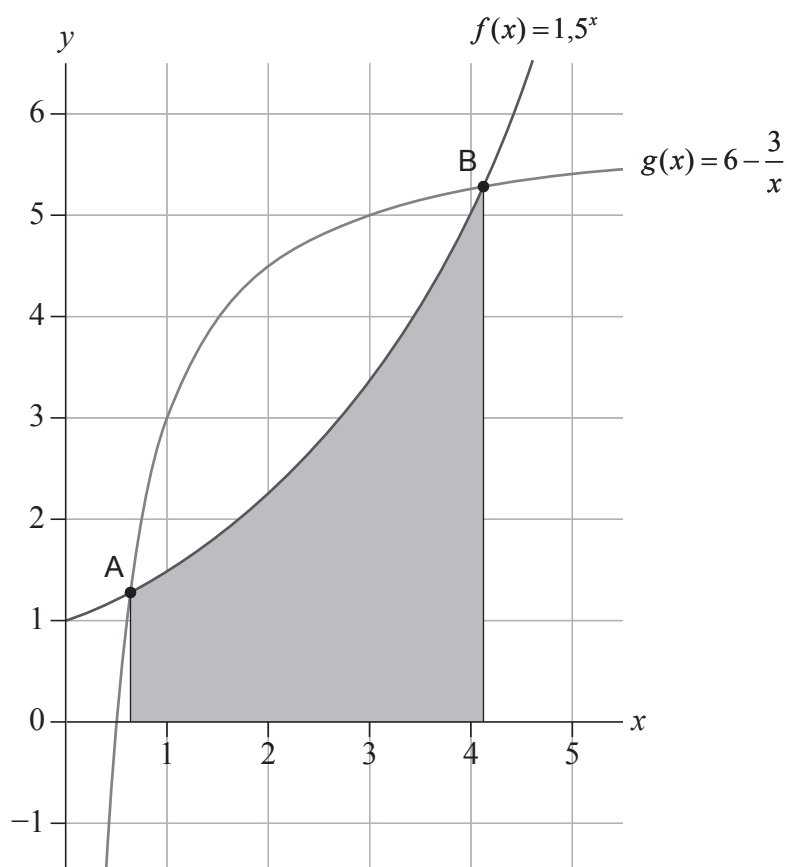
- (g) En utilisant l'expression donnée et votre réponse à la partie (f), trouvez et simplifiez une expression pour le nombre total de triangles noirs et blancs dans un coussin à n couches. [3]

2. [Note maximale: 12]

Le diagramme montre une partie des représentations graphiques des fonctions

$$f(x) = 1,5^x \quad x \geq 0$$

$$g(x) = 6 - \frac{3}{x} \quad x > 0.$$



(a) Résolvez $f(x) = g(x)$. [3]

(b) (i) Écrivez l'intégrale qui représente l'aire de la région grisée.

(ii) Calculez l'aire de cette région grisée.

(iii) À partir de là ou par toute autre méthode, calculez l'aire de la région comprise entre les courbes $y = f(x)$ et $y = g(x)$. [6]

La tangente à la représentation graphique de $y = f(x)$ est parallèle à la tangente à la représentation graphique de $y = g(x)$ en $x = k$.

(c) Trouvez la valeur de k . [3]

3. [Note maximale: 20]

D'après l'horaire, le train du soir en provenance de Cardiff arrive à Londres à 18 h 00. Les données disponibles montrent que les heures d'arrivée de ce train sont normalement distribuées avec une heure d'arrivée moyenne à 18 h 20 et un écart type de 10 minutes.

Soit X la variable aléatoire : « le nombre de minutes de retard du train à son arrivée ».

(a) Écrivez

(i) la moyenne de X .

(ii) la variance de X . [2]

(b) Trouvez la probabilité que le train du soir ait entre 15 et 25 minutes de retard lors de son arrivée à Londres. [2]

Si le train arrive avec plus de 30 minutes de retard, la compagnie ferroviaire doit payer une amende.

(c) Calculez le nombre espéré de jours, dans une année de 365 jours, pour lesquels la compagnie ferroviaire devrait payer une amende. [3]

Janine arrive à Londres par le train du soir en provenance de Cardiff. Elle doit ensuite prendre un train de correspondance.

Elle compte 10 minutes pour changer de quai à la gare.

Elle veut que la probabilité d'arriver au quai pour pouvoir prendre le train de correspondance soit d'au moins 99%.

(d) Trouvez la première heure, correcte à la minute près, à laquelle le train de correspondance pourrait partir pour répondre aux exigences de Janine. [4]

David, un employé de la compagnie ferroviaire, s'inquiète du nombre de trains en retard.

Il passe 7 jours à Londres afin de noter les heures d'arrivée des trains.

On peut supposer que les arrivées des trains sont indépendantes.

(e) Trouvez la probabilité que le train du soir de Cardiff à Londres arrive en retard :

(i) le premier jour où David est à Londres ;

(ii) 5 des 7 jours où David est à Londres ;

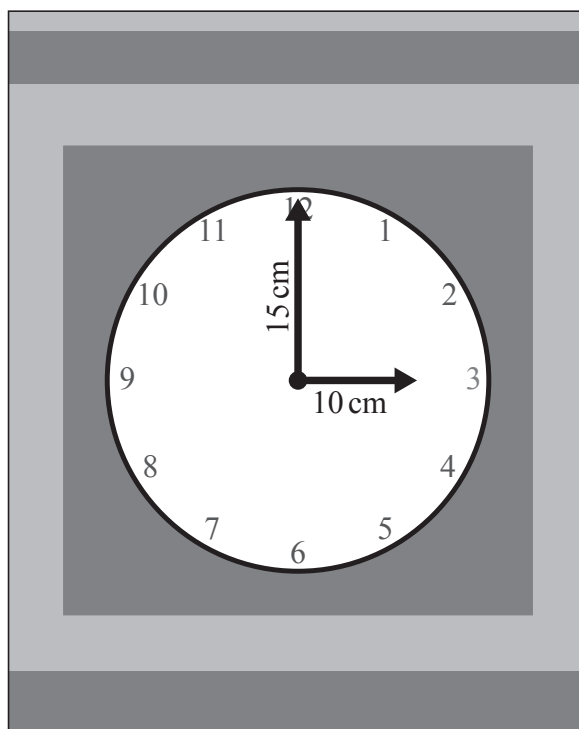
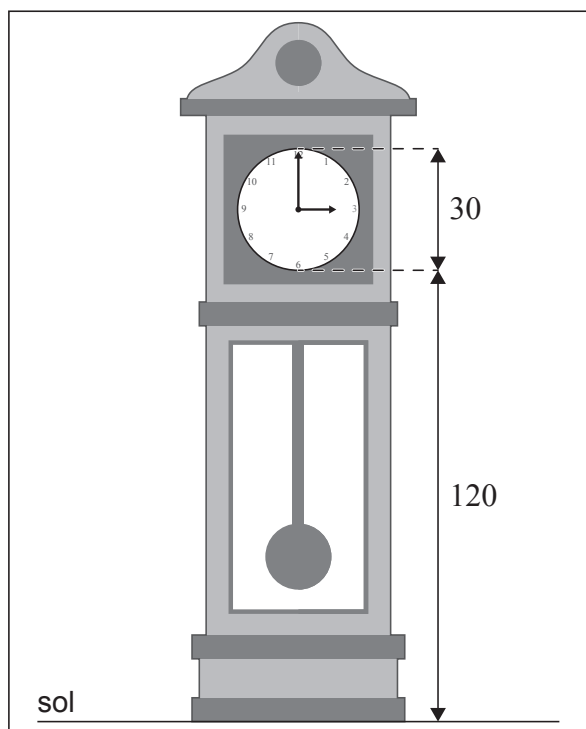
(iii) au moins 5 jours consécutifs où David est à Londres. [9]

4. [Note maximale: 16]

Le cadran circulaire d'une horloge grand-père mesure 30 cm de diamètre et son point le plus bas est à 120 cm au-dessus du sol. La longueur de l'aiguille des minutes est de 15 cm et celle de l'aiguille des heures est de 10 cm. Ceci est illustré dans le diagramme suivant.

L'horloge démarre à 15 h 00 précises.

la figure n'est pas à l'échelle



(a) (i) Écrivez la mesure de l'angle entre l'aiguille des heures et l'aiguille des minutes de l'horloge à 15 h 00.

(ii) Calculez la distance entre les pointes des deux aiguilles de l'horloge à 15 h 00. [3]

(Suite de la question à la page suivante)

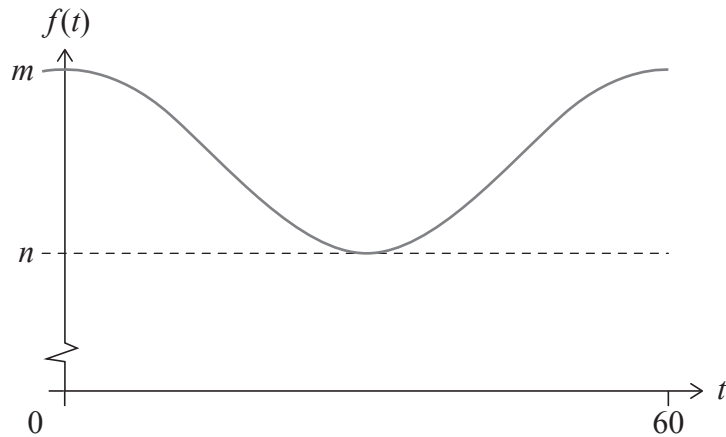
(Suite de la question 4)

La hauteur de la pointe de l'aiguille des minutes au-dessus du sol, $f(t)$, peut être modélisée par la fonction cosinus

$$f(t) = a \cos(bt) + d, \quad a, b > 0$$

où l'angle bt est mesuré en degrés et t est le nombre de minutes après 15 h 00.

Une esquisse de la représentation graphique de $y = f(t)$ entre 15 h 00 et 16 h 00 est montrée.



(b) Écrivez la valeur de

(i) m ;

(ii) n .

[2]

(c) À partir de là, trouvez la valeur de

(i) a ;

(ii) b ;

(iii) d .

[3]

(Suite de la question à la page 9)

Page vierge

(Suite de la question 4)

La hauteur de la pointe de l'aiguille des heures au-dessus du sol, $g(t)$, peut être modélisée par la fonction sinus

$$g(t) = p \sin(qt) + d$$

où qt est mesuré en degrés et t est le nombre de minutes après 15 h 00.

- (d) (i) Montrez que $q = 0,5$.
- (ii) Trouvez la valeur de p . [3]
- (e) Trouvez la hauteur de la pointe de l'aiguille des heures au-dessus du sol à 16 h 00. [2]
- (f) Trouvez à quelle heure après 15 h 00 les pointes des deux aiguilles de l'horloge sont à la même hauteur au-dessus du sol pour la première fois.
- Donnez votre réponse correcte à la minute près. [3]

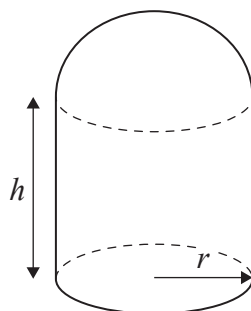
5. [Note maximale: 16]

Ju Shen conçoit un couvercle en plastique de forme cylindrique combiné avec un hémisphère sur le dessus, comme montré dans le diagramme.

Le plastique utilisé pour fabriquer le couvercle forme la surface incurvée de l'hémisphère et du cylindre ; le couvercle n'a pas de fond, mais il repose sur une surface horizontale plane.

Soit h cm la hauteur du cylindre et r cm le rayon interne de sa base.

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Trouvez une expression pour l'aire de la surface interne totale du couvercle, A cm², en fonction de r et h . [2]
- (b) Montrez que le volume total, V cm³, délimité par le couvercle et la surface horizontale est donné par l'expression

$$V = \frac{2\pi r^3 + 3\pi r^2 h}{3}. \quad [2]$$

Le volume total délimité par le couvercle est de 10 000 cm³.

- (c) À partir de là, montrez que $h = \frac{30\,000 - 2\pi r^3}{3\pi r^2}$. [2]

Ju Shen utilise l'aire de la surface interne totale pour modéliser la quantité de plastique utilisée pour construire le couvercle.

- (d) Montrez que A est donnée par l'expression

$$A = \frac{2\pi r^2}{3} + \frac{20\,000}{r}. \quad [2]$$

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 5)

Ju Shen souhaite utiliser la quantité minimale de plastique dans la construction du couvercle.

- (e) Trouvez une expression pour $\frac{dA}{dr}$. [3]
 - (f) Trouvez la valeur de r et la valeur de h qui minimise l'utilisation de plastique. [4]
 - (g) En interprétant votre réponse à la partie (f), suggérez la meilleure forme pour le couvercle en plastique de Ju Shen. [1]
-

Avertissement :

Le contenu utilisé dans les évaluations de l'IB est extrait de sources authentiques issues de tierces parties. Les avis qui y sont exprimés appartiennent à leurs auteurs et/ou éditeurs, et ne reflètent pas nécessairement ceux de l'IB.

Références :

1. naisupakit, 2016. *Triangle Pillow tradition native Thai style pillow*. [Image en ligne] Disponible sur Internet : <https://www.gettyimages.co.uk/detail/photo/triangle-pillow-tradition-native-thai-style-pillow-royalty-free-image/623127206> [Référence du 9 avril 2024]. Source adaptée.
4. bortonia, 2020. *Antique Grandfather Clock Icon on Transparent Background*. [Image en ligne] Disponible sur Internet : <https://www.gettyimages.co.uk/detail/illustration/antique-grandfather-clock-icon-on-royalty-free-illustration/1284116855> [Référence du 9 avril 2024]. Source adaptée.

Tous les autres textes, graphiques et illustrations : © Organisation du Baccalauréat International 2025