

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación
Nivel Superior
Prueba 1

15 de mayo de 2025

Zona A tarde | **Zona B** tarde | **Zona C** tarde

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.

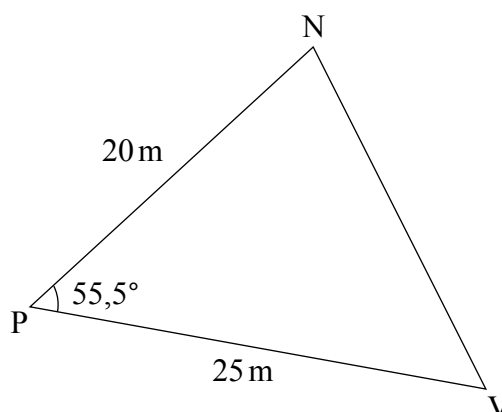


Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 9]

En la siguiente figura se muestran tres puntos: N, P, y V. NP es igual a 20 metros, PV es igual a 25 metros y $\widehat{VPN}$ mide $55,5^\circ$.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Halle NV. [3]
- (b) Halle $\widehat{PNV}$. [3]
- (c) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo alternativo, halle la distancia más corta entre P y [NV]. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)





Véase al dorso

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



2. [Puntuación máxima: 5]

El nivel acústico (L) de un sonido, medido en decibelios (dB), se determina a partir de la intensidad (I) del sonido, medido en vatios por metro cuadrado (Wm^{-2}). La relación que existe entre el nivel acústico y la intensidad se puede expresar utilizando la función logarítmica:

$$L = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right), \quad I > 0$$

donde I_0 es la intensidad de referencia (la intensidad del sonido más débil que el oído humano es capaz de detectar).

La intensidad de referencia I_0 es igual a 10^{-12}Wm^{-2} .

En una calle muy transitada, la intensidad del sonido es 10^{-5}Wm^{-2} .

(a) Calcule el nivel acústico del sonido. [2]

El sonido de un motor a reacción alcanza un nivel acústico de 185 dB.

(b) Determine la intensidad de ese sonido. Dé la respuesta en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

Prakash es el responsable de un equipo de atención al cliente y le interesa determinar si existe (o no) una relación entre el grado de satisfacción de un cliente y el tipo de interacción que ha tenido con el equipo de atención al cliente.

Recoge datos procedentes de una muestra aleatoria de 250 clientes y hace un seguimiento de su grado de satisfacción tras tres tipos de interacciones con el equipo de atención al cliente: presencial, un chat automático en línea y el formulario de contacto del sitio web.

Clasifica los grados de satisfacción en tres categorías: satisfecho, neutro y descontento.

Prakash anota los datos en la siguiente tabla.

		Grado de satisfacción		
		Satisfecho	Neutro	Descontento
Tipo de interacción con el equipo de atención al cliente	Presencial	35	30	23
	Chat automático en línea	31	39	23
	Formulario de contacto del sitio web	19	28	22

Prakash realiza una prueba (contraste) χ^2 a un nivel de significación del 5 % para determinar si hay independencia.

El valor crítico es 9,488.

La hipótesis nula (H_0) es que el grado de satisfacción y el tipo de interacción con el equipo de atención al cliente son independientes.

(a) Indique la hipótesis alternativa para esta prueba. [1]

(b) Halle el número de grados de libertad de esta prueba. [1]

(c) Halle χ^2_{calc} , el valor estadístico de el contraste de chi cuadrado. [2]

Prakash concluye que hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

(d) (i) Indique si Prakash tiene (o no) razón. Justifique su respuesta. [3]

(ii) Escriba, en el contexto de la pregunta, cuál es la conclusión de esta prueba.

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 3: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



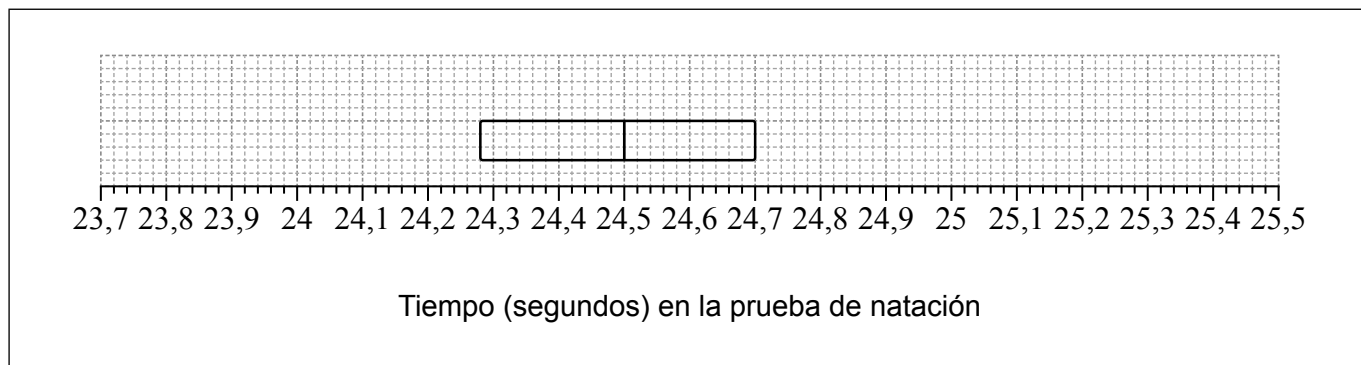
32EP07

Véase al dorso

4. [Puntuación máxima: 7]

Se anotaron los tiempos (en segundos) de las 16 mujeres más rápidas de la prueba de 50 m libres de un campeonato de natación. Cada una de esas nadadoras hizo un tiempo distinto.

En la siguiente figura se muestra una parte del diagrama de caja y bigotes correspondiente a estos tiempos.



(a) Escriba el número de nadadoras que tardaron más de 24,70 segundos en completar la prueba. [1]

(b) Halle el rango intercuartil (RIC) de estos datos. [2]

Un valor atípico se define como un valor que satisface una de las siguientes condiciones:

- Está por debajo del primer cuartil y a una distancia de él superior a $1,5 \times \text{RIC}$.
- Está por encima del tercer cuartil y a una distancia de él superior a $1,5 \times \text{RIC}$.

De esas 16 nadadoras, las dos más rápidas tardaron 23,96 y 24,12 segundos y las dos más lentas tardaron 25,12 y 25,40 segundos en completar la prueba.

- (c) (i) Muestre que solo uno de estos tiempos es un valor atípico.
- (ii) Complete el diagrama de caja y bigotes que aparece más arriba. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 4: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



32EP09

Véase al dorso

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



5. [Puntuación máxima: 8]

Sofia pide un préstamo de 50.000 euros. Tiene que pagar un tipo de interés nominal del 4,2 % al año, compuesto mensualmente. Debe devolver el préstamo en 25 años, mediante pagos mensuales periódicos que realiza al final de cada mes.

- (a) Halle la cantidad que tiene que pagar Sofia cada mes. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales.

[2]

Cuando han transcurrido ocho años completos, Sofia gana la lotería y paga de una vez todo lo que le quedaba por devolver del préstamo.

- (b) (i) Halle cuánto dinero paga Sofia en ese pago único. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales.
- (ii) Halle cuánto dinero se ha ahorrado Sofia por haber devuelto el préstamo con antelación.

[6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

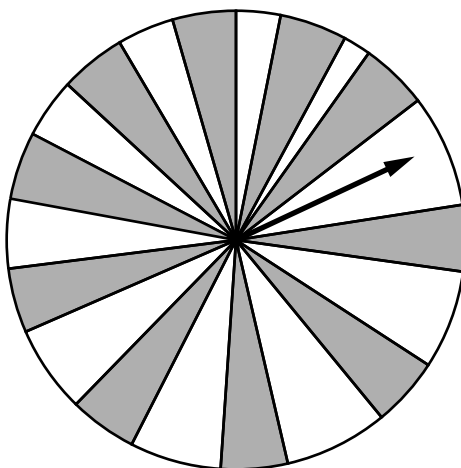
.....



6. [Puntuación máxima: 6]

Un disco circular consta de 10 sectores blancos y 10 sectores sombreados. Los tamaños de los ángulos —los que subtienden los sectores blancos en el centro del círculo— forman una progresión aritmética. La diferencia común de esta progresión es igual a 3° y el primer término es 6° .

Se ha fijado una flecha al centro del círculo, como se muestra en la siguiente figura.



La flecha se puede hacer girar y existe la misma probabilidad de que se detenga en cualquier posición.

- (a) Halle la probabilidad de que la flecha se detenga en un sector blanco. [3]

Un juego consiste en lo siguiente: se hace girar la flecha 4 veces; el jugador gana si la flecha se detiene en un sector blanco al menos 3 veces.

- (b) Halle la probabilidad de que el jugador gane el juego. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 6: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



32EP13

Véase al dorso

7. [Puntuación máxima: 7]

Un equipo de investigadores utiliza un modelo para predecir la felicidad relativa en distintos países. Para hacerlo, se calcula un valor x que está basado en una serie de parámetros fácilmente medibles; por ejemplo, la esperanza de vida o las ayudas sociales disponibles. Se supone que cuanto más alto es x mayor es la felicidad.

Para poner a prueba este modelo se realiza una encuesta en seis países: A, B, C, D, E y F. En estos países el grado de felicidad se evalúa directamente, mediante cuestionarios, y se obtiene un índice de felicidad y (sobre 10), donde un índice más alto indica una mayor felicidad.

Para seleccionar los países que participarán en la encuesta, se divide el conjunto de todos los países en tres grupos iguales según su riqueza; a continuación, se eligen al azar dos países de cada grupo.

(a) Escriba el nombre de este tipo de muestreo.

[1]

En la siguiente tabla se muestran los resultados de la encuesta, junto con el valor obtenido del modelo.

País	A	B	C	D	E	F
Valor procedente del modelo (x)	12,3	15,2	14,1	18,5	20,1	19,2
Índice de felicidad (y)	5,2	7,3	6,2	6,9	8,0	7,2

Los investigadores aceptarán que el modelo es un predictor válido del índice de felicidad si el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson (r) es mayor que 0,8.

(b) (i) Halle el valor de r .

(ii) A partir de lo anterior, indique si el modelo puede considerarse un predictor válido del índice de felicidad.

[3]

(c) Halle la ecuación de la recta de regresión de y sobre x .

[1]

Para un país concreto, $x = 17,2$.

(d) Utilice la recta de regresión para predecir el índice de felicidad de este país.

[2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 7: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



32EP15

Véase al dorso

8. [Puntuación máxima: 5]

La matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ transforma un punto A en un punto B .

La matriz $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ transforma el punto B en un punto C que tiene por coordenadas $(4, 7)$.

Halle las coordenadas de A .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Puntuación máxima: 6]

Considere la curva $y = 4x\sqrt{3x-2}$, para $x \geq \frac{2}{3}$.

(a) Halle $\frac{dy}{dx}$. [3]

(b) A partir de lo anterior, muestre que la ecuación de la tangente a la curva en el punto $(6, 96)$ es $y = 25x - 54$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



10. [Puntuación máxima: 8]

Un satélite que está orbitando la Tierra experimenta una fuerza gravitatoria $F(\text{N})$ que varía inversamente con el cuadrado de la distancia al centro de la Tierra (d kilómetros).

Cuando $d = 7.000$, $F = 40.000$.

- (a) (i) Halle una ecuación que exprese F en función de d .
 (ii) Halle el valor de F cuando d es igual a 3.500 km. [4]
- (b) (i) De los siguientes gráficos, identifique qué **dos** tendrían forma de línea recta.
 A. F en función de d
 B. F en función de d^2
 C. F en función de d^{-2}
 D. $\log_{10} F$ en función de $\log_{10} d$
 E. $\log_{10} F$ en función de d
 F. F en función de $\log_{10} d$
 (ii) Para cada uno de esos dos gráficos, halle el valor de la pendiente de la recta correspondiente. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 10: continuación)

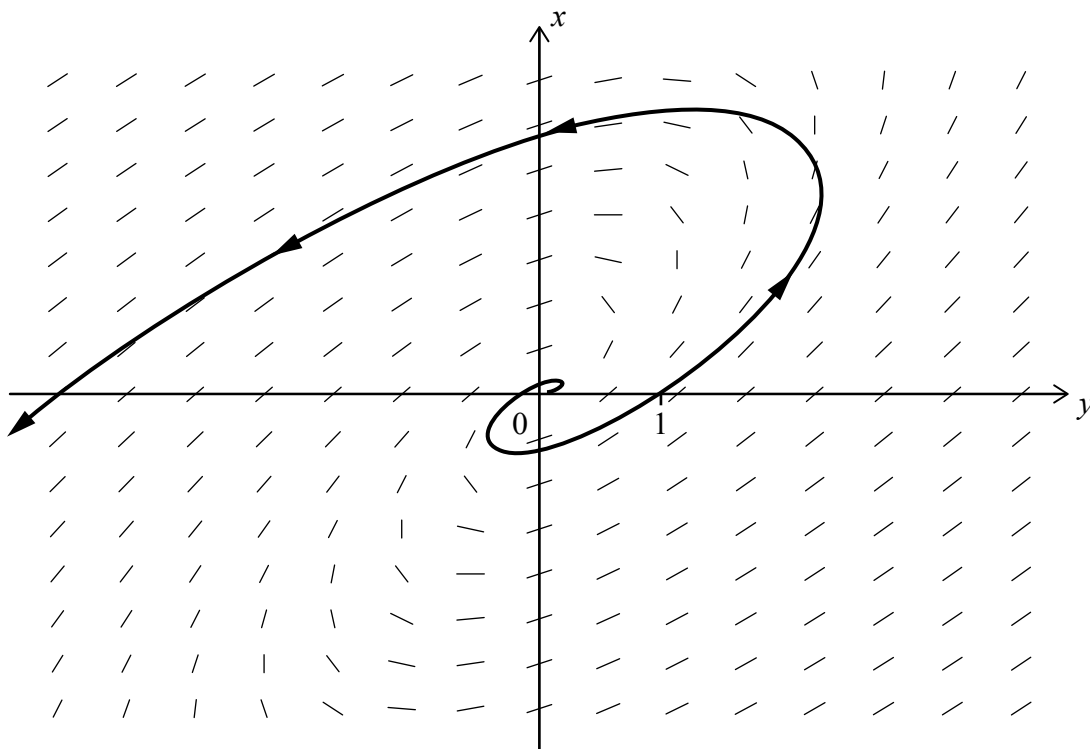
This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

11. [Puntuación máxima: 6]

Considere el sistema dado por las ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} &= 4x - y\end{aligned}$$

El siguiente retrato de fase muestra la trayectoria que pasa por el punto $(1, 0)$ en el instante $t = 5$.



(a) Escriba cuál de los siguientes valores podría ser un valor propio del sistema. [1]

- A. 1
- B. $2i$
- C. $1 + 2i$
- D. $-1 + 2i$

(b) Utilice el método de Euler con un paso de 0,1 para hallar el valor aproximado de x y y en el instante $t = 5,5$. [5]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 11: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



32EP21

Véase al dorso

12. [Puntuación máxima: 5]

Tajinder cree que el número de coches que pasan, por minuto, por un determinado cruce sigue una distribución de Poisson. Con esta suposición, decide poner a prueba la hipótesis nula de que la media es igual a 12,4 coches por minuto, frente a la hipótesis alternativa de que la media es mayor que 12,4.

La prueba consiste en observar el cruce durante 10 minutos y, a continuación, rechazar la hipótesis nula si pasan por él más de 130 coches.

- (a) (i) Indique cuál es el significado de un error de tipo I.
- (ii) Halle la probabilidad de cometer un error de tipo I con la prueba de Tajinder. [4]
- (b) Escriba una razón de por qué una distribución de Poisson quizás no sea un modelo adecuado para representar el número de coches que pasan por el cruce. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. [Puntuación máxima: 9]

El crecimiento de un hongo en una placa se puede modelizar mediante la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = 0,2(1 - P), \quad 0 \leq P < 1$$

donde P es la proporción de la placa que está cubierta por el hongo y t es el tiempo (en días) transcurrido desde que el hongo se empezó a formar.

(a) Suponiendo que $P = 0$ cuando $t = 0$, muestre que $P = 1 - e^{-0,2t}$. [7]

(b) Halle en qué instante el hongo habrá cubierto el 90 % de la placa. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



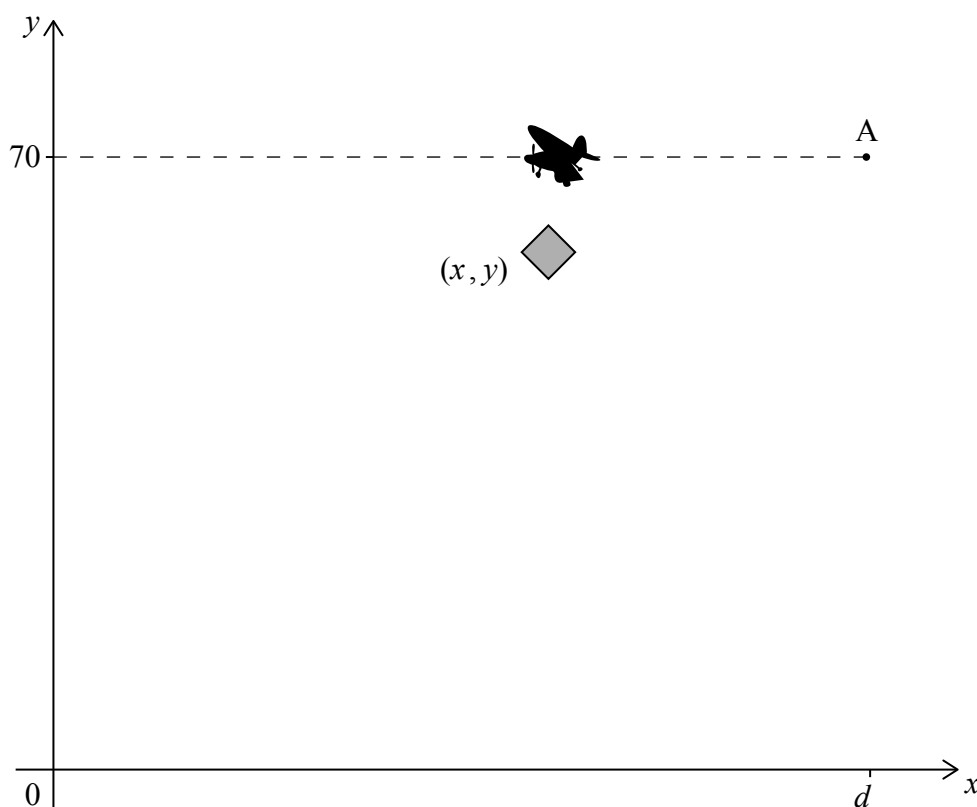
14. [Puntuación máxima: 8]

Un avión necesita entregar un paquete de ayuda para un pueblo remoto. Los habitantes del pueblo han señalado un punto O en medio de un campo; ahí es donde el paquete debería aterrizar.

El paquete se deja caer desde el avión en el punto A , cuando está a una distancia en horizontal de O igual a d metros.

El vector de posición del paquete t segundos después de que lo hayan soltado viene dado por el vector $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, donde x es el desplazamiento horizontal del paquete respecto a O e y es la altura en vertical (respecto al suelo) a la que está el paquete. Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



La aceleración del paquete es $\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,8 \end{pmatrix} \text{ms}^{-2}$ y su velocidad, en el instante en el que lo sueltan, es $\begin{pmatrix} -20 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ms}^{-1}$.

- (b) Halle el valor de d , sabiendo que el paquete aterriza en O. [6]

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



15. [Puntuación máxima: 6]

Una cadena de Markov tiene dos estados: A y B. La matriz de transición para esta cadena de Markov es:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{c} A \quad B \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \left(\begin{array}{cc} p & 1-q \\ 1-p & q \end{array} \right) \end{array}$$

Uno de los valores propios de esta matriz es igual a 1 .

- (a) Halle el vector propio correspondiente al valor propio 1. [3]
- (b) A partir de lo anterior, halle una expresión en función de p y de q que dé la proporción del tiempo que se pasa en el estado A. [2]
- (c) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo alternativo, halle la proporción del tiempo que se pasa en el estado A cuando $p = 0,3$ y $q = 0,6$. [1]

A series of horizontal dotted lines for writing.

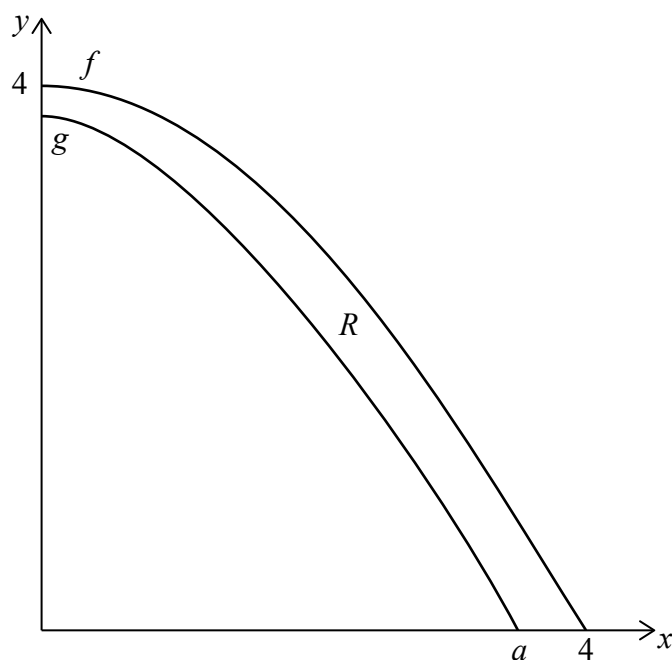


16. [Puntuación máxima: 8]

El gráfico de f viene dado por $f(x) = 4\cos\left(\frac{\pi}{8}x\right)$, $0 \leq x \leq 4$.

El gráfico de $y = g(x)$ se genera trasladando el gráfico de f 0,3 unidades hacia la izquierda y 0,2 unidades hacia abajo. El gráfico de g corta al eje x en $(a, 0)$ y su dominio se restringe entonces a $0 \leq x \leq a$.

Estas curvas se muestran en los siguientes ejes de coordenadas, donde las unidades están en centímetros.



(a) Escriba una expresión para $g(x)$. [2]

(b) Halle el valor de a . [1]

La pantalla de una lámpara de pared se puede modelizar mediante el sólido que se forma cuando la región comprendida entre las dos curvas (R) se hace girar π radianes alrededor del eje x .

(c) (i) Escriba una expresión que dé el volumen del sólido así formado.

(ii) A partir de lo anterior, halle el volumen de material utilizado para fabricar la pantalla de la lámpara. [5]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)





No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



32EP30

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



32EP31

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



32EP32