

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Nivel Superior

Prueba 2

16 de mayo de 2025

Zona A mañana | Zona B mañana | Zona C mañana

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 4]

La siguiente tabla muestra el número de horas de juego (x) y de horas de sueño (y) que ha tenido un grupo de seis niños a lo largo de una semana.

Horas de juego (x)	11	13	14	17	22	24
Horas de sueño (y)	62	65	68	75	84	87

Para estos datos, la recta de regresión de y sobre x se puede escribir de la forma $y = ax + b$.

- (a) Halle el valor de a y el valor de b . [2]
- (b) Utilice la ecuación de la recta de regresión para estimar el número de horas de sueño de un niño que ha tenido esa semana 20 horas de juego. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

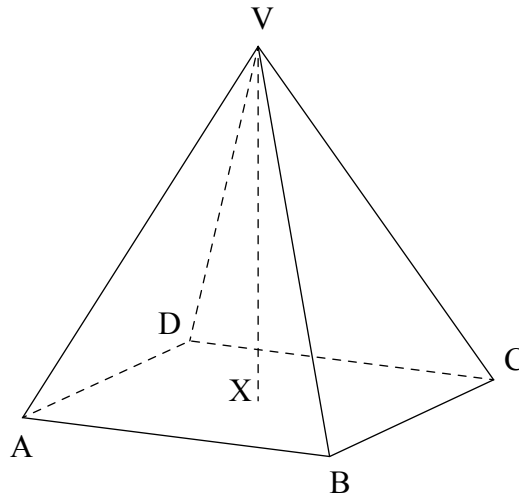


2. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra una pirámide recta de base cuadrada y vértice $V(1, 7, 0)$.

El punto $X(-3, 4, 2)$ es el centro de la base $ABCD$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle VX .

[2]

La base cuadrada mide 5 cm de lado.

(b) Halle AC .

[2]

(c) Halle el ángulo que forma la arista $[VC]$ con la base de la pirámide.

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

La derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 4 + 2x - 3e^x$, donde $x \in \mathbb{R}$.

(a) Halle los valores de x para los cuales f es decreciente. [3]

(b) Halle los valores de x para los cuales el gráfico de f es cóncavo hacia arriba. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 6]

Alex compra un coche por EUR 30.000 . El valor del coche se deprecia un 15 % anual.

- (a) Halle el valor del coche al cabo de diez años. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales.

[2]

Alex invierte EUR 50.000 en una cuenta bancaria que paga un tipo de interés compuesto del 1,5 % mensual.

Durante ese mismo período, la inflación fue del 0,8 % mensual.

- (b) Halle el número de meses que tardará el valor real de la inversión en superar por primera vez los EUR 55.000 .

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 7]

Una partícula P se mueve en línea recta. La velocidad ($v \text{ m s}^{-1}$) de P en el instante t segundos viene dada por $v(t) = e^{-\text{sen } t} \cos(2t)$, para $0 \leq t \leq 5$.

- (a) Halle la máxima rapidez de P. [2]
- (b) Halle la distancia total que ha recorrido P. [2]
- (c) Halle la aceleración de P cuando cambia de sentido por **segunda** vez. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

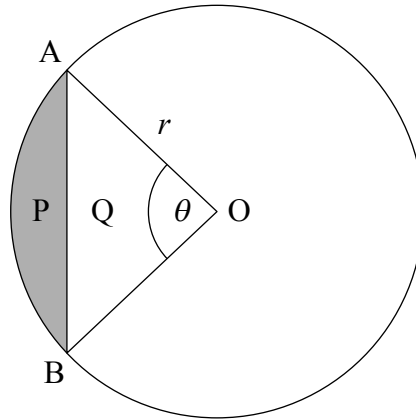
.....



6. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio r cm . Los puntos A y B pertenecen a la circunferencia y $\widehat{AOB} = \theta$ radianes.

El sector circular OAB está dividido en dos regiones: el segmento circular sombreado P y el triángulo Q .



El área del segmento circular sombreado P es igual a $12,8\text{cm}^2$.

Las áreas de P y Q siguen la razón $3 : 5$.

Halle el valor de r .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 7]

En una progresión geométrica el primer término es 80 y el cuarto término es 0,74088.

(a) Halle el segundo término. [3]

Los dos primeros términos de esta progresión geométrica son también, respectivamente, el primer término y el undécimo término de una progresión aritmética.

Sea S_n la suma de los n primeros términos de la progresión aritmética.

(b) Halle el mayor valor de S_n . Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



8. [Puntuación máxima: 7]

En la siguiente tabla se resumen las puntuaciones obtenidas por el alumnado en un concurso de clase, donde $p, q \in \mathbb{Z}^+$.

Puntuación	Frecuencia
20	12
35	q
p	8

La media y la varianza de las puntuaciones son, respectivamente, 31 y 124.

Halle el valor de p y el valor de q .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Puntuación máxima: 8]

La recta L_1 viene dada por la ecuación vectorial $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, donde $t \in \mathbb{R}$.

El plano Π_1 contiene a la recta L_1 y al punto $(2, 1, 5)$.

(a) Muestre que la ecuación cartesiana del plano Π_1 es $x + y - z = -2$. [4]

Considere los siguientes tres planos

$$\Pi_1 : x + y - z = -2$$

$$\Pi_2 : 2x + by - z = 3$$

$$\Pi_3 : x - y + 2z = d$$

donde $b, d \in \mathbb{Q}^+$.

Los tres planos se cortan en una recta.

(b) Halle el valor de b y el valor de d . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

10. [Puntuación máxima: 17]

En el huerto Adam's Apple Orchard, los pesos de las manzanas (W gramos) siguen una distribución normal de media 175 gramos y desviación típica igual a 8 gramos.

- (a) Halle la probabilidad de que una manzana de ese huerto, elegida al azar, pese menos de 170 gramos. [2]
- (b) Se sabe que el 20% de las manzanas pesan más de w gramos. Halle w ; dé la respuesta redondeando a cuatro cifras significativas. [2]

En todos los huertos se considera que una manzana es de categoría superior cuando su peso está entre 170 y 185 gramos.

- (c) Halle el porcentaje de manzanas del huerto Adam's Apple Orchard que se consideran de categoría superior. [2]

Una vez completados todos los pedidos, hay muchas manzanas que sobran. Se llenan cajas con esas manzanas sobrantes elegidas al azar. Cada caja contiene 40 manzanas.

- (d) Halle la probabilidad de que una caja elegida al azar contenga al menos 30 manzanas de categoría superior. [3]
- (e) Ahora se eligen al azar 10 de estas cajas. Halle la probabilidad de que haya exactamente 4 cajas que contengan al menos 30 manzanas de categoría superior. [2]

En un huerto cercano, los pesos de las manzanas (M gramos) siguen una distribución normal de media μ y desviación típica igual a σ . Se sabe que:

- El 82% de sus manzanas son de categoría superior.
- El porcentaje de manzanas que pesan menos de 170 gramos es el doble que el porcentaje de manzanas que pesan más de 185 gramos.

- (f) Halle el valor de μ . [6]



No escriba soluciones en esta página.

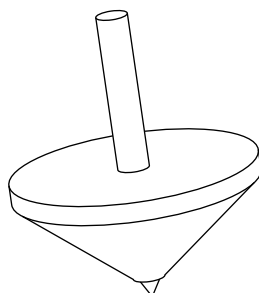
11. [Puntuación máxima: 14]

En una clase de matemáticas de 15 estudiantes juegan a un juego para el que se necesitan tres equipos de igual tamaño.

- (a) Halle el número total de maneras distintas en las que se pueden formar esos tres equipos.

[3]

En el juego hay que hacer girar una peonza (trompo).



El tiempo (T , en minutos) que la peonza se mantiene en movimiento se puede modelizar mediante la función de densidad de probabilidad f , donde

$$f(t) = \begin{cases} kte^{-3t}, & t \geq 0 \\ 0, & \text{resto de valores} \end{cases}$$

y $k \in \mathbb{Z}^+$.

- (b) Muestre que $\int_0^a f(t) dt = \frac{k}{9} [1 - (3a+1)e^{-3a}]$, donde $a \in \mathbb{R}^+$.

[4]

- (c) (i) Utilice la regla de l'Hôpital para hallar $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1)e^{-3x}$.

- (ii) A partir de lo anterior, considerando $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a f(t) dt$, halle el valor de k .

[5]

- (d) Halle la mediana del tiempo que una peonza se mantiene en movimiento.

[2]

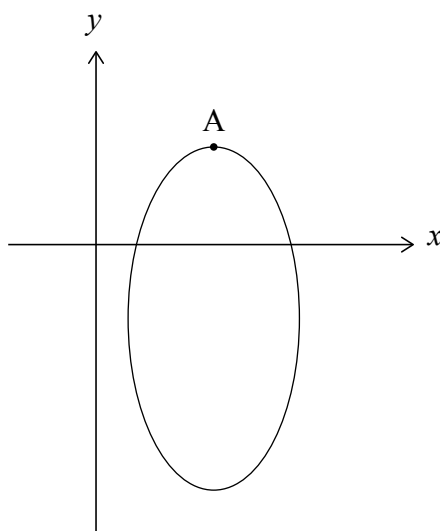


No escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 22]

La curva C viene dada por la ecuación $4x^2 + y^2 - 24x + 4y + 20 = 0$.

En la siguiente figura se representa C con un máximo en A .



(a) Utilice la derivación implícita para mostrar que $\frac{dy}{dx} = \frac{4(3-x)}{y+2}$. [4]

(b) A partir de lo anterior, determine el dominio de C . Dé la respuesta de la forma $3 - \sqrt{a} \leq x \leq 3 + \sqrt{a}$, donde $a \in \mathbb{Z}^+$. [4]

(c) Halle las coordenadas de $A(x_A, y_A)$. [3]

La recta $y = mx$ es tangente a C , donde $m \in \mathbb{Z}$.

(d) Halle los posibles valores de m . [4]

La recta $y = -4x$ toca a C en el punto B .

(e) Halle y_B , que es la coordenada y de B . [3]

La región delimitada por la curva C , el eje y y las rectas $y = y_A$ e $y = y_B$, se rota 360° alrededor del eje y para generar un sólido de revolución.

(f) Halle el volumen del sólido así generado. [4]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP14

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP16